SECOND DEGRE
FICHE 2 : Variations . Représentation graphique et interprétation.

1°) Sens de variations
Propriété

Le sens de variation d'une fonction trinôme f définie par f(x) = ax^2 + bx + c dépend du signe de a

f admet un extrémum en $x = \frac{-b}{2a}$ et l'image de cet extrémum par f càd f($\frac{-b}{2a}$) est $-\frac{\Delta}{4a}$

<table>
<tr><td>Si a est POSITIF</td><td>Si a est NEGATIF</td></tr>
<tr><td>

x	$-\infty$		$\frac{-b}{2a}$		$+\infty$
f(x)		↘	f($\frac{-b}{2a}$)	↗	

f($\frac{-b}{2a}$)= $-\frac{\Delta}{4a}$ est un minimum

</td><td>

x	$-\infty$		$\frac{-b}{2a}$		$+\infty$
f (x)		↗	f($\frac{-b}{2a}$)	↘	

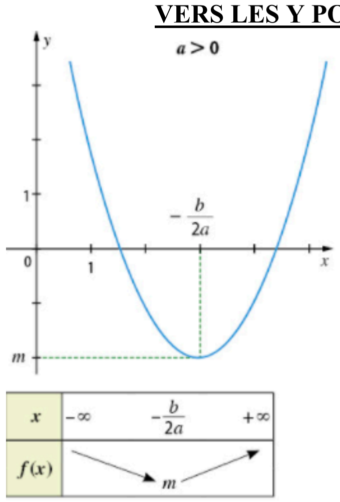
f($\frac{-b}{2a}$)= $-\frac{\Delta}{4a}$ est un maximum

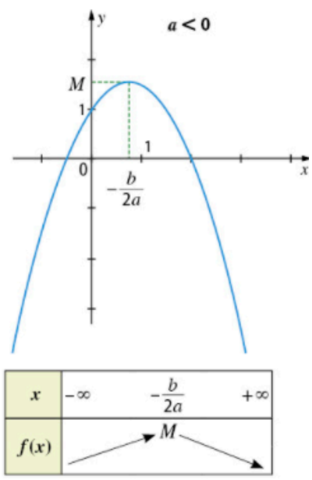
</td></tr>
</table>

Remarque : voir démonstration p 85

PARABOLE ORIENTEE

VERS LES Y POSITIFS **VERS LES Y NEGATIFS**





Exemple : Soit f la fonction trinôme définie par f (x) = $-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$ sur I = [–6 ; 2]

x	-6		- 2		2
f (x)	-3	↗	5	↘	-3

2°) Représentation graphique du trinôme.

Dans la suite le plan est rapporté à un repère (O, i , j). f(x) = ax^2 + bx + c $a \neq 0$

EQUATION DE LA PARABOLE DANS LE REPERE ORTHONORMAL (O, i,j)

L'équation de la parabole dans le repère (O ; i , j) est y = ax^2 + bx + c . Grâce à la forme canonique elle peut aussi s'écrire :

$$y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a}$$

ou

$$\boxed{y = a(x - \alpha)^2 + \beta}$$

où ke point S (α; β) est le sommet de la parabole avec $\alpha = -\frac{b}{2a}$ et

$\beta = f(\alpha) = -\frac{\Delta}{4a}$

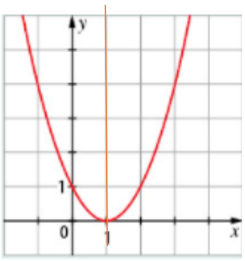
Rappel : Pour montrer que la droite d'équation x = a est axe de symétrie d'une fonction définie sur R ssi pour tout réel x

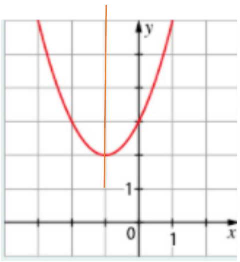
$$\mathbf{f(a - x) = f(a + x)}.$$

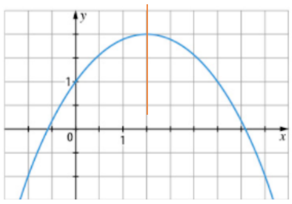
Propriété et Définition

La représentation graphique du trinôme du second degré f est ***une parabole*** de ***sommet*** le point S($\frac{-b}{2a}$; f($\frac{-b}{2a}$)) et ***d'axe de symétrie*** la droite d'équation $x = \frac{-b}{2a}$

Exemples :



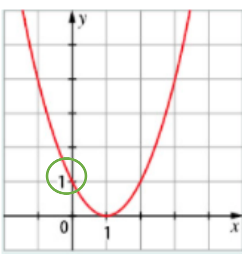




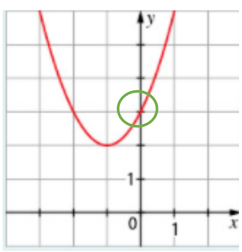
Equation de l'axe de symétrie : a) $x = 1$ b) $x = -1$ c) $x = 1,5$

REMARQUES

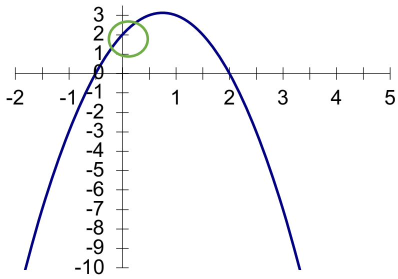
a) Le point **C(0,c)** est le **point d'intersection de P avec l'axe (O,j)**



f(x) = $x^2 - 2x + 1$
f(0) = 1



f(x) = $x^2 + 2x + 3$
f(0) = 3



f(x) = $-2x^2 + 3x + 2$
f(0) = 2

b) **Si Δ>0 , P coupe l'axe (O,i) aux points d'abscisses x_1 et x_2 qui sont les racines du trinôme.**