

LES NOMBRES

FICHE 1 : Le calcul numérique

1°) Ordres de priorité

Dans un calcul numérique il faut savoir respecter les ordres de priorité:

Etape 1 : Les parenthèses

Etape 2 : Les opérateurs et fonctions comme le carré, la racine carrée, l'inverse, Les puissances ...

Etape 3 : Les multiplications et les divisions dans l'ordre d'écriture.

Etape 4 : Les additions et les soustractions dans l'ordre d'écriture.

$$\begin{aligned} & 1 - 3 \times 2^2 + \sqrt{36} / ((4 - 1) \times 7) \\ & 1 - 3 \times 2^2 + \sqrt{36} / 3 \times 7 \\ & 1 - 3 \times 4 + 6 / 3 \times 7 \\ & 1 - 12 + 2 \times 7 = 1 - 12 + 14 \\ & -11 + 14 = 3 \end{aligned}$$

Exercice : calculer $-\frac{3}{5} + 2 \times \left(\frac{1}{5} - \frac{2}{3}\right)$

Correction : $\frac{-23}{15}$

2°) Calculs avec des quotients

Rappel : $\frac{a}{b}$ existe ssi $b \neq 0$

- **Règle des signes**

Exemples : $\frac{-2}{3} = \frac{2}{-3} = -\frac{2}{3}$ et $\frac{-3}{-5} = \frac{3}{5}$

$$\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b} \quad \text{et} \quad \frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$$

- **Simplifier**

Exemple : $\frac{25}{35} = \frac{5 \times 5}{5 \times 7} = \frac{5}{7}$

$$\frac{k \times a}{k \times b} = \frac{a}{b}$$

Addition

ATTENTION ON NE PEUT ADDITIONNER QUE DEUX FRACTIONS QUI ONT LE MEME DENOMINATEUR

Exemples :

$$\frac{3}{7} + \frac{8}{7} = \frac{3+8}{7} = \frac{11}{7}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{8}{5} = \frac{15}{20} + \frac{32}{20} = \frac{47}{20}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

Multiplication

Exemples :

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{7} = \frac{6}{28}$$

$$6 \times \frac{3}{13} = \frac{18}{13}$$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} = \frac{ac}{bd}$$

Division :

Exemples :

$$\frac{\frac{2}{7}}{\frac{3}{5}} = \frac{2}{7} \times \frac{5}{3} = \frac{2 \times 5}{7 \times 3} = \frac{10}{21}$$

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c} = \frac{ad}{bc}$$

3°) Les puissances

Exemples :

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \quad 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2} \quad 3^2 \times 3^5 = 3^{2+5} = 3^7$$

$$2^4 \times 3^4 = (2 \times 3)^4 = 6^4$$

$$(4^5)^3 = 4^{5 \times 3} = 4^{15}$$

$$\frac{4^7}{4^5} = 4^{7-5} \quad \frac{8^3}{2^3} = \left(\frac{8}{2}\right)^3 = 4^3$$

Règles

m et n sont des entiers relatifs non nuls.

Pour tout entier relatif a :

$$a^n = a \times a \times \dots \times a$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{a \times a \times \dots \times a}$$

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$a^m \times b^m = (a \times b)^m$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

Remarque : $a^0 = 1$.

4°) Les racines carrées

a) Définition

Soit a un nombre POSITIF

La racine carrée de a est le nombre positif noté \sqrt{a} tel que $(\sqrt{a})^2 = \sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$

ATTENTION : on ne peut prendre que la racine carrée d'un nombre positif

Remarque : Un carré parfait est le carré d'un nombre entier

Une liste à connaître

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289, 324, 361, 400

$$\sqrt{25} = 5$$

b) Calculs

Exemples : Savoir écrire autrement des radicaux

$$1- \sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2 \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$2- 6\sqrt{2} = \sqrt{36} \times \sqrt{2} = \sqrt{72}$$

$$3- \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \text{Remarque : En général on ne laisse pas de racine carrée au dénominateur}$$

$$\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

$$4- \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{20}} = \sqrt{\frac{45}{20}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

Règles : Pour tous nombres POSITIFS a et b

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (b \text{ non nul})$$

Remarque : Si a et b sont deux réels positifs non nuls $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

ATTENTION : Si a et b sont deux réels positifs non nuls

$$\text{on a } \sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$\text{Ainsi } \sqrt{4+9} = \sqrt{13} \quad \sqrt{4} + \sqrt{9} = 5$$