

DEVOIR DE MATHÉMATIQUES TS.A REMETTRE LE 15/09/2015
TEMPS NECESSAIRE A TITRE INDICATIF : 4 H

Exercice 1 (4 pts) Résoudre dans \mathbb{R} :

1°) $\frac{2x^2 + x - 1}{x^2 + 1} \leq 1$

2°) $x^3 - 4x^2 - x + 4 > 0$

Exercice 2 (4 points)

La méthode d'Al-Khuwarizmi

Pour déterminer la solution positive de l'équation $x^2 + 12x = 108$ voici comment procédait Al-Khuwarizmi Mathématicien arabe du IX e siècle.

Diviser 12 par 2.
 Elever ce quotient au carré.
 Ajouter ce carré à 108.
 Prendre la racine carrée de cette somme.
 Retrancher à cette racine carrée le quotient du début.

- 1) a) Vérifiez que l'équation $x^2 + 12x = 108$ admet deux solutions de signes contraires et que l'algorithme proposé donne la solution positive.
- b) Utilisez la même méthode pour déterminer la solution positive de l'équation $x^2 + 16x = 80$.
- 2) a) Prouvez que toute équation du type $x^2 + bx = c$ où $c > 0$ admet deux racines.
- b) Complétez cet algorithme qui donne la racine positive d'une telle équation

VARIABLES
 b, c, x1 du type nombre
 DEBUT
 Saisir b
 Saisir c
 x1 reçoit
 Afficher x 1
 FIN

Exercice 3 (5 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} dont la courbe est donnée dans un repère orthonormal (voir annexe). On précise que les tangentes aux points d'abscisses 0, -1 et 2 sont horizontales.

La droite (T) est la tangente au point A d'abscisse 3.

1°) A l'aide du graphique :

a) Déterminer $f(0)$; $f'(-1)$; $f'(0)$; $f'(3)$ et $f'(2)$.

b) Résoudre : $f'(x) < 0$.

2°) Parmi ces trois fonctions laquelle est la fonction f (aucune justification n'est demandée) :

$f_1(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^3 - x + 1$

$f_2(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - x^2$

$f_3(x) = \frac{1}{3}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + x^2$

3°) Déterminer $f'(-2)$ et construire la tangente au point B d'abscisse -2.

4°) Déterminer les coordonnées du ou des points où la tangente à la courbe est parallèle à la droite d'équation $y = -2x$.

Exercice 4 (5 pts)

On considère la suite (U_n) définie par :

$$1. \quad \begin{cases} U_0 = -3 \\ U_{n+1} = \frac{1}{6} U_n + 5 \end{cases}$$

- a. Représenter dans un repère orthonormal d'unité 1 cm les 3 premiers termes de (U_n)
- b. Calculer à l'aide de la calculatrice les 8 premiers termes de (U_n) . Que constate-t-on ?

2. On pose pour tout nombre entier naturel n $V_n = U_n - 6$.

- a. Pour tout nombre entier naturel n , calculer V_{n+1} en fonction de V_n .
- b. Quelle est la nature de la suite (V_n) ?
- c. En déduire l'expression de (V_n) en fonction de n puis celle de (U_n) en fonction de n .

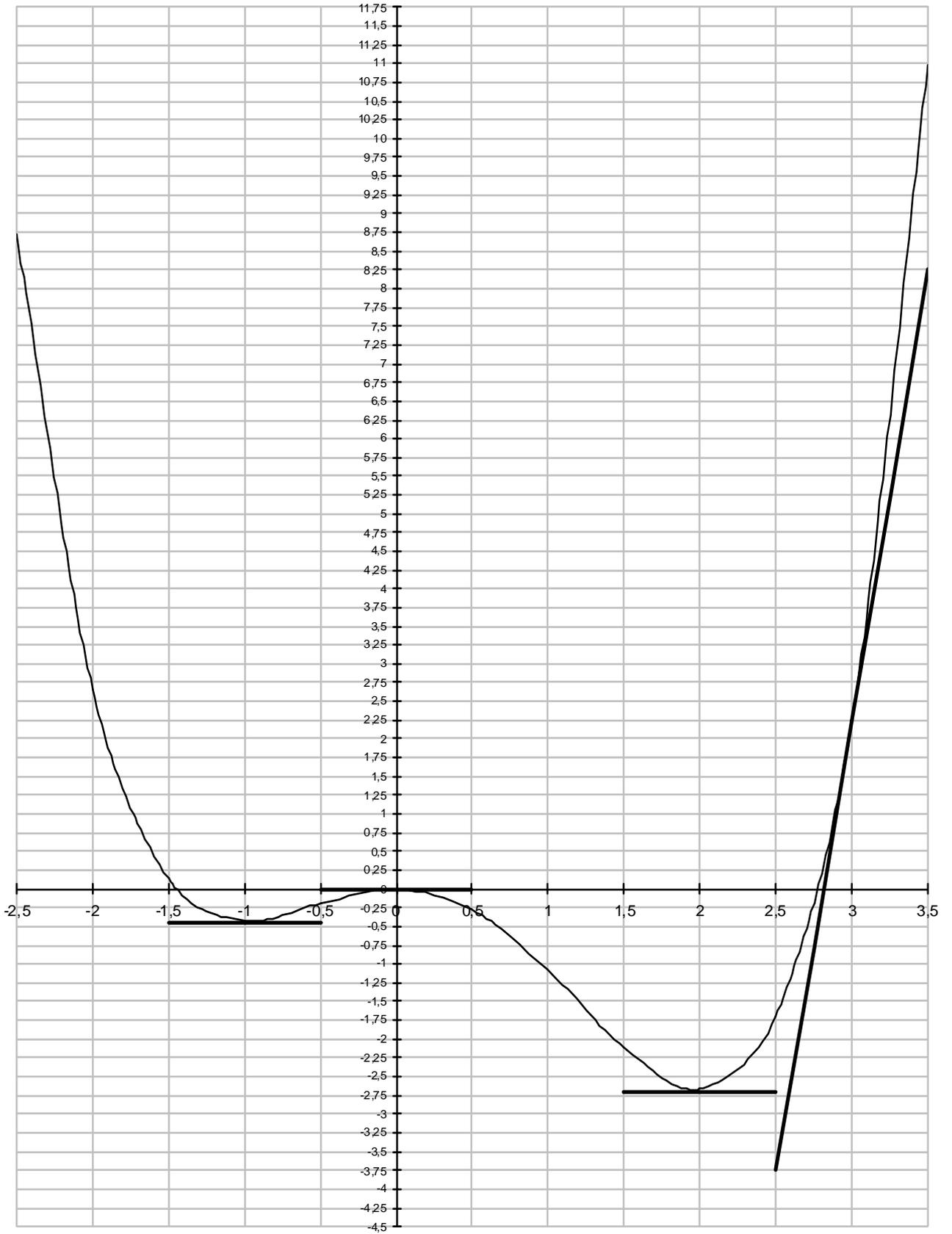
Exercice 5 (2)

- 1) Démontrer la propriété suivante sachant que a et b sont des nombres POSITIFS:

$$a < b \text{ équivaut à } a^2 < b^2$$

- 2) Démontrer la propriété suivante :

$$a^2 = b^2 \text{ équivaut à } a = b \text{ ou } a = -b$$



Annexe