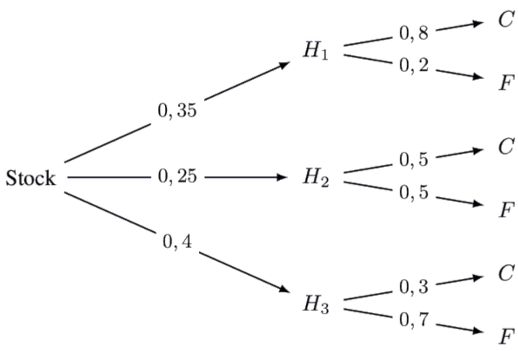
CONTROLE N°2 TRIM 2 TERMINALE SPECIALITE MATHS DUREE 1 H CORRIGE

EXERCICE 1 (10 points)

a.



b.

On cherche à calculer la probabilité de l'intersection $H_3 \cap C$, donc :

$$P(H_3 \cap C) = P(H_3) \times P_{H_3}(C) = 0,4 \times 0,3$$

On a donc $\underline{P(H_3 \cap C) = 0,12}$.

c.

Puisque la jardinerie ne se fournit qu'auprès de trois horticulteurs, les événements H_1, H_2 et H_3 forment une partition de l'univers. On peut donc appliquer la loi des probabilités totales, et on en déduit :

$$\begin{aligned} P(C) &= P(H_1) \times P_{H_1}(C) + P(H_2) \times P_{H_2}(C) + P(H_3) \times P_{H_3}(C) \\ &= 0,35 \times 0,8 + 0,25 \times 0,5 + 0,4 \times 0,3 \\ P(C) &= \underline{0,525} \end{aligned}$$

d.

On cherche cette fois à calculer une probabilité conditionnelle :

$$P_C(H_1) = \frac{P(H_1 \cap C)}{P(C)} = \frac{0,35 \times 0,8}{0,525} \approx \underline{0,533}$$

EXERCICE 2 (10 points)

On considère la fonction f définie sur R par $f(x) = -5 + (2x + 1)e^x$.

On appelle C la courbe de f.

1°) **En $+\infty$**

$$\left.\begin{aligned} &\lim_{x\to+\infty} (2x+1) = +\infty \\ &\lim_{x\to+\infty} e^x = +\infty \\ &\lim_{x\to+\infty} -5 = -5 \end{aligned}\right\}$$

Soit finalement par produit puis par somme $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

2°) a) Pour tout réel x on a $(2x + 1)\,e^{x} = 2\,x\,e^{x} + e^{x}$

$\lim\limits_{x \to -\infty} x\,e^{x} = 0$ par croissance comparée

Donc par produite $\lim\limits_{x \to -\infty} 2x\,e^{x} = 0$

$\lim\limits_{x \to -\infty} e^{x} = 0$

Soit finalement par somme $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -5$

b) Comme $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -5$ on en déduit que la droite d'équation y=-5 est asymptote horizontale au voisinage de - ∞.

3°) a) La fonction f est constituée d'un produit de deux fonctions dérivables sur R est dérivable sur R.

$f'(x) = 0 + 2e^{x} + (2x + 1)\,e^{x} = (2x + 3)\,e^{x}$

Comme $e^{x} > 0$ pour tout réel x donc $f'(x)$ est du signe de $(2x + 3)$ sur R.
On a donc :

x	$-\infty$		-1.5		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	

b) On a donc le tableau de variation de f :

x	$-\infty$		-1.5		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	-5	↘	$-5 - 2\,e^{-1.5}$	↗	$+\infty$

4°) Pour étudier la position relative de la courbe C et de la droite D d'équation y = -5 on étudie le signe de $h(x) = f(x) - (-5) = (2x + 1)e^{x}$

Comme $e^{x} > 0$ pour tout réel x donc $h(x)$ est du signe de $(2x + 1)$ sur R.
On a ainsi :

x	$-\infty$		-0.5		$+\infty$
$h(x)$		-	0	+	

Donc finalement C est au-dessus de D sur $]-0.5;\ +\infty[$ et en-dessous de D sur $]-\infty;\ +0.5\ [$ et coupe D au point d'abscisse $x = 0.5$.

5°) a) Une équation de la tangente T à C au point d'abscisse 0 est :

$y = f'(0)\,x + f(0)$

soit T : $y = 3x - 4$

b) Montrer que f est convexe sur $[-2.5;\ +\infty[$.

$f''(x) = (2x + 5)\,e^x$

Comme $e^x > 0$ pour tout réel x donc $f''(x)$ est du signe de $(2x + 5)$ sur R soit

$f''(x) > 0$ pour tout x de $[-2.5;\ +\infty[$ et f est convexe sur $[-2.5;\ +\infty[$.

c) En déduire le signe de $g(x) = f(x) - 3x + 4$ sur $[-2.5;\ +\infty[$.

f est convexe sur $[-2.5;\ +\infty[$ donc C est au-dessus de ses tangentes sur $[-2.5;\ +\infty[$

et en particulier C est au-dessus de T sur $[-2.5;\ +\infty[$ soit $g \geq 0$ sur $[-2.5;\ +\infty[$.