Contrôle N°2 Terminale spécialité mathématiques Le 26/10/21 SAcorrige

Exercice 1 (5 points)

Dans les questions suivantes ***entourer la solution exacte*** *parmi celles proposées.*

1 - $\lim\limits_{n\to+\infty} n + 2n^3 + 10n^5$

- ∞	+ ∞	1	10

2 - $\lim\limits_{n\to+\infty} -400n^5 + 5n^6 + 7n$

- ∞	+ ∞	1	-400

3 - $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{12n^6 + 2n + n^4}{n^6 + 200n^7 + 10}$

- ∞	+ ∞	0	12

4 - $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{-3}{2n} + \frac{14}{n^4} - n^2 \right) \times \left(4 + 2n + n^3 \right)$

- ∞	+ ∞	1	- 3

5 - $\lim\limits_{n\to+\infty} 1 + \frac{1}{n} - \frac{6}{n^2} + 4\sqrt{n}$

- ∞	+ ∞	0	1

6 - $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{\frac{2}{n} + \frac{10}{7}}{\frac{15}{14} - \frac{3}{n^4}}$

$\frac{10}{7}$	$\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$

Exercice 2 (5 points)

Calculer les limites suivantes

1°) $\lim\limits_{n\to+\infty} 9^n - 4^n$

On a une indéterminée $\infty - \infty$. $9^n - 4^n = 9^n(1 - \frac{4^n}{9^n}) = 9^n\left(1 - \left(\frac{4}{9}\right)^n\right)$

Comme $-1 < \frac{4}{9} < 1$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\frac{4}{9}\right)^n = 0$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(1 - \left(\frac{4}{9}\right)^n\right) = 1$ par somme.

De plus $\lim\limits_{n\to+\infty} 9^n = +\infty$ donc par produit $\lim\limits_{n\to+\infty} 9^n - 4^n = +\infty$

2°) $\lim\limits_{n\to+\infty} n^2+3 - \sin(n)$

(sin(n)) est une suite divergente. On va donc utiliser un théorème de comparaison des limites.

Pour tout entier naturel n, $-1 \leq \sin n \leq 1$ donc $-1 \leq -\sin n \leq 1$

On a donc $n^2+3-1 \leq n^2+3-\sin(n) \leq n^2+3+1$ soit

$$n^2+2 \leq V_n \leq n^2+4$$

On veut montrer que V_n tend vers $+\infty$. Comme $V_n \geq n^2+2$ pour tout entier n de N et que

$\lim\limits_{n\to+\infty} n^2+2 = +\infty$

Alors d'après le théorème de comparaison des limites et par MINORATION

$$\lim_{n\to+\infty} V_n = +\infty$$

3°) $\lim\limits_{n\to+\infty} 2+\frac{\cos(n)}{3n+2}$

(cos(n)) est une suite divergente. On va donc utiliser le théorème des gendarmes.

Pour tout entier naturel n, $-1 \leq \cos(n) \leq 1$.

Comme $3n+2>0$ on a donc pour tout n de N

$$\frac{-1}{3n+2} \leq \frac{\cos n}{3n+2} \leq \frac{1}{3n+2}$$

Soit $2-\frac{1}{3n+2} \leq 2+\frac{\cos n}{3n+2} \leq 2+\frac{1}{3n+2}$

$\lim\limits_{n\to+\infty} 3n+2 = +\infty$ donc par quotient $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{3n+2} = 0$ et par somme $\lim\limits_{n\to+\infty} 2+\frac{1}{3n+2} = 2$

De même $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{-1}{3n+2} = 0$ donc par somme $\lim\limits_{n\to+\infty} 2-\frac{1}{3n+2} = 2$

Alors d'après le théorème des gendarmes $\lim\limits_{n\to+\infty} 2+\frac{\cos(n)}{3n+2} = 2$.