

CONTROLE DE MATHS N°2 . DUREE :1H . le 21/01/18

Exercice 1

On rappelle que i est le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$

On considère deux points A et B d'affixes respectives $z_A = -\sqrt{2} + i\sqrt{2}$ et $z_B = -\sqrt{2} - i\sqrt{2}$;

1°) Déterminer l'écriture exponentielle de z_A et de z_B .

2°) I est le milieu de $[AB]$. Déterminer l'écriture algébrique de z_I puis le module de z_I .

3°) On admet que $\arg z_I = \frac{3\pi}{8}$ (2π). En utilisant l'écriture exponentielle de z_I , en déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{3\pi}{8}\right)$ et de $\sin\left(\frac{3\pi}{8}\right)$.

Exercice 2

On rappelle que i est le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$

1. Résoudre, dans l'ensemble \mathbb{C} des nombres complexes, l'équation d'inconnue z :

$$z^2 - 6z + 10 = 0.$$

2. Soit P le polynôme défini pour tout nombre complexe z par : $P(z) = z^3 - 12z^2 + 46z - 60$.

a. Calculer $P(6)$.

b. Déterminer 2 réels a et b tels que, pour tout complexe z , on ait $P(z) = (z-6)(z^2 + az + b)$.

c. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $P(z) = 0$.

3. Le plan est rapporté à un repère orthonormal direct (O, \vec{u}, \vec{v}) d'unité graphique 2 cm; soient A, B et C les points de ce plan d'affixes respectives $3 + i$, $3 - i$ et 6.

Placer les points A, B et C.

4. Démontrer que le quadrilatère OACB est un parallélogramme.

5. Comparer les longueurs OA et OB. En déduire la nature du parallélogramme OACB.

Exercice 3

Pour chaque question, trois propositions sont formulées. Indiquer la **seule bonne** réponse.

Soit la fonction g définie par :

$$g(x) = \frac{2e^x}{e^x - 1}$$

et \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère.

1 L'ensemble de définition de g est :

a. $]0; +\infty[$; b. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$; c. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

2 La limite de g en $+\infty$ est :

a. -1 ; b. $+\infty$; c. 2.

3 La courbe \mathcal{C} admet une asymptote d'équation :

a. $x = 0$; b. $y = -1$; c. $y = 0$.

4 La fonction dérivée de g est définie par :

a. $\frac{-2e^x}{(e^x - 1)^2}$; b. $\frac{2e^x}{(e^x - 1)^2}$;

c. $\frac{2(e^x - 1 - e^{2x})}{(e^x - 1)^2}$.