

CONTROLE N°3 MATHS TERMINALE SPECIALITE DUREE 30 MN LE 05/11/21 sb

Exercice 1 (3 points)

1°) Compléter cette inégalité : Pour tout n de \mathbb{N} , $(1 + a)^n$

Donner le nom de cette inégalité :

2°) Citer les étapes de la démonstration par récurrence

.....

Exercice 2 (2 points)

Voici la copie d'un élève, relever les 5 erreurs de sa rédaction.

Attention : afin de ne pas donner la réponse du 1 de l'exercice 1 on a écrit Etape 1, Etape 2 et Etape 3 , ceci ne fait donc pas partie de la liste des 5 erreurs à trouver.

Enoncé : Soit (U_n) la suite définie par $U_0 = 5$ et pour tout n de \mathbb{N} , $U_{n+1} = 4U_n + 1$. Montrer par récurrence que $U_n > 0$.

Réponse de l'élève: On définit la propriété $P_n : U_n > 0$

Etape 1 : pour $n=0$ on a $U_0 = 5$ et $5 > 0$, donc $U_0 > 0$ et P_0 est vraie.

Etape 2: On suppose la propriété vraie pour un entier n quelconque c'est-à-dire $U_n > 0$, notre objectif est de montrer que P_{n+1} est vraie c'est-à-dire que $U_{n+1} > 1$

Par hypothèse de récurrence on a

$$U_n > 0 . \text{ Or Comme } 4 > 0, \text{ on en déduit alors que}$$

$$4U_n > 0 \quad \text{soit encore que}$$

$$4U_{n+1} > 1$$

soit finalement $U_{n+1} > 1$. Comme $1 > 0$ alors $U_{n+1} > 0$

La propriété est donc vraie au rang $n+1$.

Etape 3: P_n est vraie au rang 0 , elle est élémentaire , on a ainsi démontré par récurrence que pour tout entier n , P_n est vraie c'est-à-dire que $U_n > 0$.

Exercice 3 (5 points)

On considère la suite (U_n) définie par $U_0 = 4$ et pour tout entier naturel n ,

$U_{n+1} = 2U_n + 3$. Démontrer par récurrence que $U_{n+1} > U_n$ pour tout n de \mathbb{N} .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....