NOM :

CONTROLE DE MATHEMATIQUES N°1 TRIMESTRE 2 .SPECIALITE .DUREE : 2 Heures

Exercice 1(6 points)

Partie A. – On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}^+ = [0;+\infty[$ par $g(x) = -10x^3 - 6x^2 + 15$.

1. Déterminer la limite de g en $+\infty$.
2. Calculer $g'(x)$ pour tout réel x, étudier son signe et en déduire le tableau de variation de g sur $\mathbb{R}^+$.
3. Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur $\mathbb{R}^+$.
4. Déterminer un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.
5. Déterminer le signe de g sur $\mathbb{R}^+$.

Partie B. – On considère la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x) = \frac{5x+2}{x^3+3}$.
On notera C sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O ; $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$) .

1. Déterminer la limite de f en $+\infty$.
2. Que peut-on en déduire pour C ?
3. Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{(x^3+3)^2}$
4. Dresser le tableau de variation de f où figurera le signe de $f'(x)$.

Exercice 2(5 points)

Soit f la fonction définie sur I = $]-\infty; 4]$ par $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 1$

1°) Dresser le tableau de variations de f sur I.
2°) Déterminer une équation de la tangente en 1 à la courbe C_f
3°) a) Calculer $f''(x)$ et étudier son signe sur I .
b) Étudier la convexité de f et déterminer les éventuels points d'inflexion de la courbe C_f

Exercice 3(5 points)

Soit f la fonction définie sur I = $[0;\frac{1}{2}]$ par $f(x) = 0{,}6x(1-x) + 0.35$
1°) a) Justifier que f est continue sur I.

b) Résoudre l'équation $f(x) = x$ dans I.

c) Calculer $f'(x)$ et donner le tableau de variation de f sur I.

d) En déduire que si $x \in$ I alors $f(x) \in$ I.

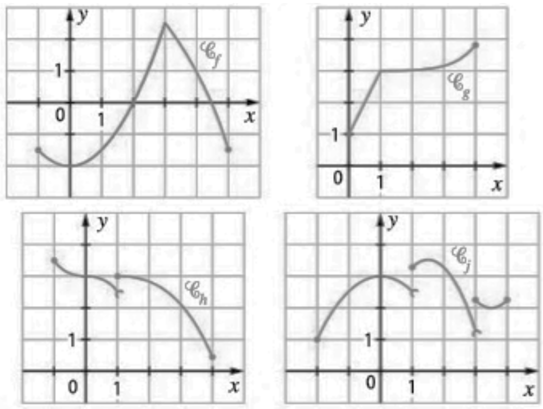
2°) On définit la suite (U_n) par

$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$$

a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $0 \leq U_n \leq U_{n+1} \leq 0.5$.
b) Montrer que la suite est convergente.
c) On appelle a la limite de la suite (U_n). Déterminer a.

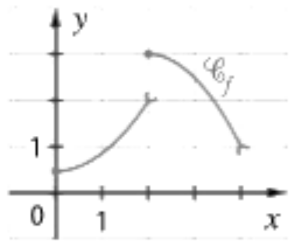
Exercice 4 (4 points)

1) Entourer la(les) courbes de la (des) fonction(s) continue(s) sur leur ensemble de définition :



2)Entourer la réponse juste

Soit f une fonction définie sur l'intervalle [0 ; 4] et dont on donne la représentation graphique dans un repère.



1. La fonction f est-elle continue en 3 ? **Oui non**

2. La fonction f est-elle continue en 2 ? **Oui non**

3) *Choisir la ou les bonnes réponses.*

Soit f une fonction définie et deux fois dérivable sur [−7 ; 10]. On donne ci-dessous le tableau de signes de sa fonction dérivée seconde.

x	−7		−1		2		10
$f''(x)$		−	0	+	0	+	

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère.

a. f est convexe sur [−1 ; 2].

b. f est concave sur [−5 ; 0].

c. Le point A d'abscisse −1 de $\mathscr{C}_f$ est un point d'inflexion de cette courbe.

d. Le point B d'abscisse 2 de $\mathscr{C}_f$ est un point d'inflexion de cette courbe.

4) *Choisir la ou les bonnes réponses.*

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$.

1. On sait que, pour tout réel x, $x + 1 \leqslant f(x)$.

On peut déterminer :

a. $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ b. $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ c. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2. On sait que, pour tout réel x, $f(x) \leqslant x + 2$.

On peut déterminer :

a. $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ b. $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ c. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.