CORRIGE

CONTROLE 15 MN SUR LES COMPLEXES LE 25/11/10 SPECIMEN

1°) Déterminer le module et un argument des nombres complexes

$z_A = 1 + i\sqrt{3}$, $z_B = -1 - i\sqrt{3}$, $z_C = 4$.

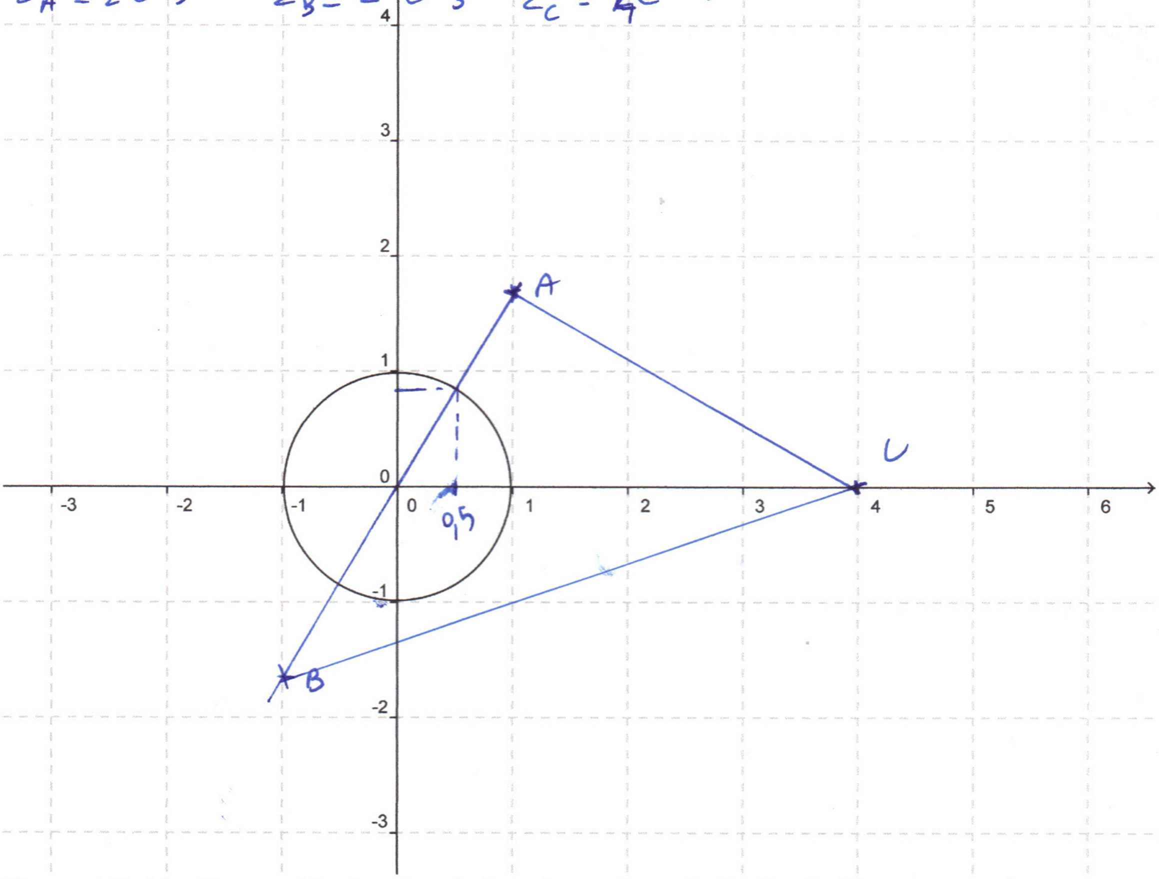
$|z_A| = 2$ $|z_B| = 2$ $|z_C| = 4$ $\arg z_A = \frac{\pi}{3}$ $\arg z_B = \frac{4\pi}{3}$ $\arg z_C = 0$

2°) Donner la forme trigonométrique puis exponentielle des trois nombres complexes.

$z_A = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ $z_B = 2\left(\cos\frac{4\pi}{3} + i\sin\frac{4\pi}{3}\right)$ $z_C = 4(\cos 0 + i\sin 0)$

3°) Le plan complexe (P) est muni d'un repère orthonormal (O ; u , v)

$z_A = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$ $z_B = 2e^{i\frac{4\pi}{3}}$ $z_C = 4e^{i0}$.



Placer à l'aide d'une méthode géométrique les points A, B, C d'affixes respectives :

$z_A = 1 + i\sqrt{3}$, $z_B = -1 - i\sqrt{3}$, $z_C = 4$.

3°) Donner ,en la justifiant, la nature du triangle ABC. $(\vec{AB}, \vec{AC}) = \arg \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} (2\pi)$

$(\vec{AB}, \vec{AC}) = \arg \frac{3 - i\sqrt{3}}{-2 - 2i\sqrt{3}} (2\pi)$

$(\vec{AB}, \vec{AC}) = \arg \frac{8i\sqrt{3}}{16} (2\pi) = \arg i\frac{\sqrt{3}}{2} (2\pi) = \frac{\pi}{2}$

donc $(AB) \perp (AC)$ et ABC rectangle en A.

4°) $1 + i\sqrt{3} = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$ donc $(1+i\sqrt{3})^3 = 8e^{i\pi} = -8$