CONTROLE DE MATHS.TS . DUREE : 1 H LE 07/12/18 SB CORRIGE

Exercice 1 (4 pts)

On considère la fonction f définie sur |R par $f(x) = 2 - \cos 2x$

1°) a) pour tout réel x $f(x+\pi) = 1 + \cos[2(x+\pi)] = 2 - \cos(2x + 2\pi) = 2 - \cos(2x)$ soit

$f(x+\pi) = f(x)$ donc f est π – périodique et son intervalle d'étude sera d'amplitude π.

b) pour tout réel x, $f(-x) = 2 - \cos(-2x) = 2 - \cos 2x = f(x)$ donc f est paire.

2°) a) $f'(x) = 2\sin 2x$.

b) pour x dans $[0\,;\frac{\pi}{2}]$, $f'(x) = 0$ équivaut à $-2\sin 2x = 0$ soit à $\sin 2x = 0$ soit à $2x = 0$ ou $2x = \pi$

$x = 0$ ou $x = \frac{\pi}{2}$.

3°) pour x dans $[0\,;\frac{\pi}{2}]$, $2x$ dans $[0\,;\pi]$ soit $\sin 2x \geq 0$ et $f'(x) \geq 0$. On en déduit le tableau de variation de f (x) :

x	0		π
$f'(x)$	0	+	0
$f(x)$	1	↗	3

4°) une équation de la tangente T à la courbe de f au point d'abscisse $\frac{\pi}{8}$ est

$y = f'(\frac{\pi}{8})(x - \frac{\pi}{8}) + f(\frac{\pi}{8})$ soit $\quad y = -\sqrt{2}\,(x - \frac{\pi}{8}) + 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice 2 (1 pt)

$\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ équivaut à $\cos x = \cos(\frac{3\pi}{4})$ soit $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi$ ou $x = -\frac{3\pi}{4} + k'2\pi$, k,k' dans Z

$S = \left\{ \frac{3\pi}{4} + k2\pi, -\frac{3\pi}{4} + k'2\pi \text{ , k, k' dans Z} \right\}$

Exercice 3 (5 pts)

1°) $z^2 - 6z + 18 = 0$

$\Delta = -36 = (6i)^2$ $\qquad z = 3 + 3i$ ou $z = 3 - 3i$

$S = \{3 + 3i\ ;\ 3 - 3i\}$

2°) On considère les points A , B , E et F d'affixes respectives :

$z_A = 3 + 3i$, $z_B = 3 - 3i$, $z_E = 4 - 5i$, $z_F = 7 + 3i$

$\overline{z_A} = 3 + 3i$

$(z_B)^2 = 18i$

$\overline{z_E} = 4 + 5i$

$z_E \times z_F = 28 + 15 - 35i + 12i = 43 - 23i$

$\frac{z_E}{z_F} = \frac{(4-5i)(7-3i)}{(7+3i)(7-3i)} = \frac{28-15-35i-12i}{49+9} = \frac{13-47i}{58} = \frac{13}{58} - i\frac{47}{58}$

3°) a)

b) $|z_A| = 3\sqrt{2} = |z_B|$. $\arg z_A = -\frac{\pi}{4}\ (2\pi)$ et $\arg z_B = \frac{\pi}{4}\ (2\pi)$

4°) On considère le point C d'affixe $z_C = 5 + i$.

a) $z_K = \frac{z_A + z_C}{2} = 4 - i$

b) Comme ABCD est un parallélogramme alors les diagonales se coupent en leur milieu K et on a :

$z_K = \frac{z_B + z_D}{2} = \frac{3+3i + z_D}{2}$ et on obtient $z_D = 8 - 2i - 3 - 3i = 5 - 5i$