

EXERCICES SIMPLES SUR LES COMPLEXES

ÉCRIRE UN NOMBRE COMPLEXE SOUS FORME ALGÈBRE

Écrire les nombres complexes suivants sous forme algébrique :

◆ 1. $z_1 = (1 + i)^2$.

◆ 2. $z_2 = (2 + 3i)(1 - i)$.

◆ 3. $z_3 = \frac{1 + 2i}{1 - i}$.

◆ 4. $z_4 = (1 + i)^4$.

CALCULER LE MODULE D'UN NOMBRE COMPLEXE

Calculer les modules des nombres complexes suivants :

◆ 1. $z_1 = 2i$.

◆ 2. $z_2 = \frac{1 + 2i}{1 - i}$.

◆ 3. $z_3 = \left(\frac{1 + i\sqrt{3}}{1 + i}\right)^3$.

RESOUDRE UNE EQUATION DU PREMIER DEGRE DANS C

Résoudre dans \mathbb{C} les équations suivantes.

◆ 1. (E₁) $(2 - i)z - 10 - 5i = 0$.

◆ 2. (E₂) $(3 - 2i)(4 + i) - iz = z + i$.

RESOUDRE UN SYSTEME DANS C

Résoudre dans \mathbb{C}^2 le système :

$$\begin{cases} 2iz - z' = 1 + 2i \\ z + (1 + i)z' = 2 - 3i \end{cases}$$

où z et z' sont des complexes. Vérifier.

RESOUDRE UNE EQUATION AVEC UN CONJUGUE DANS C

Résoudre dans \mathbb{C} l'équation

$$z^2 = z\bar{z}.$$

DETERMINER UN ENSEMBLE DE POINTS DU PLAN COMPLEXE

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal (O, \vec{u}, \vec{v}) déterminer

- ◆ 1. l'ensemble (E) des points M d'affixe z tels que $(z^2 - 2z - 3)$ soit un réel.
- ◆ 2. l'ensemble (F) des points M d'affixe z tels que $|z - 2i| = 3$.

POUR S'ENTRAINER

EXERCICE 1

Soit l'équation (E) : $z^3 - 4z^2 + (4 + i)z - 3 - 3i = 0$, où z est un complexe.

- ◆ 1. Montrer que 3 et i sont solutions de l'équation (E).
- ◆ 2. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation (E).
- ◆ 3. Placer les images A, B et C des solutions de (E) dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal (O, \vec{u}, \vec{v}) .
- ◆ 4. Montrer que le triangle ABC est un triangle rectangle.

EXERCICE 2

Soit l'équation (E) : $|z + 2i| = |z - 3|$.

- ◆ 1. Résoudre (E) dans \mathbb{C} et représenter l'ensemble (D) des images des solutions de (E) dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal (O, \vec{u}, \vec{v}) .
- ◆ 2. Dans ce plan, soient A et B les points d'affixe respectives $(-2i)$ et 3. Montrer que M appartient à (D) ssi M appartient à la médiatrice de [AB].

EXERCICE 3

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormal (O, \vec{u}, \vec{v}) , à tout point M d'affixe $(z \neq -6)$ on associe le point M' d'affixe z' tel que :

$$z' = \frac{z-4}{z+6}$$

- ◆ 1. Exprimer la partie réelle et la partie imaginaire de z' en fonction de celles de z .
- ◆ 2. Quel est l'ensemble (E) des points M pour lesquels z' soit un imaginaire pur ?
Le représenter.