

**PREPARATION DU CONTROLE DU 12/10/09**  
**CORRECTION DES EXERCICES SUR LES COMPLEXES**

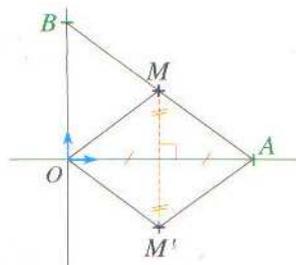
1) Soit le nombre complexe  $z = 2 - \frac{5}{3}i$ .

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

- 1° La partie imaginaire de  $z$  est  $-\frac{5}{3}$ .
- 2° Le conjugué de  $z$  est  $2 + \frac{5}{3}i$ .
- 3° L'image de  $z$  est le point  $M\left(2; -\frac{5}{3}\right)$ .
- 4° Le nombre  $Z = 4 + i\left(2 - \frac{5}{3}i\right)$  est sous forme algébrique.

2) Sur la figure ci-dessous, le point  $M$  a pour affixe  $z$ .  
 Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

- 1° Le point  $M'$  a pour affixe  $\bar{z}$ .
- 2° Le point  $A$  a pour affixe  $z + \bar{z}$ .
- 3° Le point  $B$  a pour affixe  $\bar{z} - z$ .
- 4° Le vecteur  $\overline{AB}$  a pour affixe  $-2\bar{z}$ .



3) Les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  ont pour affixes respectives :

$$z_A = -1 + i, \quad z_B = -2 - i \quad \text{et} \quad z_C = \frac{1}{2} - 2i.$$

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

- 1° L'affixe du vecteur  $\overline{BA}$  est  $1 + 2i$ .
- 2° L'affixe du vecteur  $\overline{BC}$  est  $-\frac{5}{2} + i$ .
- 3° L'affixe du point  $D$  tel que  $ABCD$  est un parallélogramme est  $-\frac{1}{2} - 4i$ .

4) Soit  $z = 3 + i$  et  $z' = \frac{2}{3} - i$ .

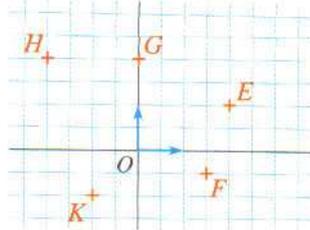
Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

- 1°  $z + z'$  est réel.
- 2°  $z \cdot z' = 3 - \frac{7}{3}i$ .
- 3°  $\frac{1}{z} = \frac{3}{8} - \frac{1}{8}i$ .

## 2 Calculs sur les affixes

5

1° Par lecture graphique, déterminer l'affixe de chacun des points  $E$ ,  $F$ ,  $G$ ,  $H$  et  $K$ .



2° Calculer l'affixe de chacun des vecteurs :

$$\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{GE}, \overrightarrow{KG} \text{ et } \overrightarrow{KH}.$$

6

On considère les points  $A$ ,  $B$ ,  $C$  de coordonnées respectives  $(1; -3)$ ,  $(4; 5)$  et  $(-3; 2)$ .

1° Quelles sont les affixes des points  $A$ ,  $B$  et  $C$  et des vecteurs  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$  et  $\overrightarrow{BC}$  ?

2° On définit les points  $D$  et  $E$  par :

$$\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \quad \text{et} \quad 3\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BC}.$$

Déterminer l'affixe de chacun des points  $D$  et  $E$ .

3° Démontrer que  $A$ ,  $D$  et  $E$  sont alignés.

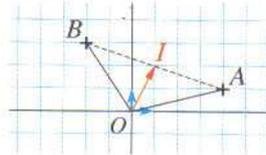
7

**Affixe du milieu d'un segment**

$A$  et  $B$  sont deux points d'affixes  $z_A$  et  $z_B$ .

1° En écrivant  $\overrightarrow{OI}$  en fonction de  $\overrightarrow{OA}$  et  $\overrightarrow{OB}$ , montrer que l'affixe  $z_I$  du milieu  $I$  de  $[AB]$  est donnée par :

$$z_I = \frac{z_A + z_B}{2}.$$



2° On prend  $z_A = 2 - 3i$  et  $z_B = 4 + i$ .

Calculer  $z_I$  et faire une figure.

8

On considère les points  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  d'affixes :

$$z_A = 3 + i, \quad z_B = -2i, \quad z_C = 4 - 3i \quad \text{et} \quad z_D = 5.$$

Déterminer l'affixe de l'isobarycentre de ces quatre points.

9

On considère le parallélogramme  $ABCD$ , avec  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  d'affixes :

$$z_A = -1 - 5i, \quad z_B = 4 - 3i,$$

$$z_C = 3 + 3i \quad \text{et} \quad z_D = -2 + i.$$

1° a) Déterminer l'affixe du point  $C'$ , symétrique de  $C$  par rapport au point  $D$ .

b) Déterminer l'affixe du point  $A'$  vérifiant :

$$\overline{DA'} = \overline{DB} + \overline{DC}.$$

2° Quelle est la nature du quadrilatère  $A'BC'D$  ?

### 3 Calculs sous forme algébrique

Pour les exercices 13 à 15, écrire sous forme algébrique chacun des nombres complexes donnés.

10

$$z_1 = (1 + 3i) - (2 + i); \quad z_2 = (5 - i)(7 + 4i);$$

$$z_3 = \left(\frac{1}{2} - 4i\right) - (3 - 2i); \quad z_4 = \left(\frac{3}{4}i - 2\right)(i + 1).$$

11

$$z_1 = (2 + i\sqrt{3})(1 - i); \quad z_2 = (2 + 5i)^2;$$

$$z_3 = \left(\frac{1}{2} + 3i\right)^2; \quad z_4 = (3 - 4i)(3 + 4i).$$

12

$$z_1 = \left(\frac{5}{3}i + 7\right)(1 + 2i); \quad z_2 = (i + 2)^2 - (3 + 4i);$$

$$z_3 = (1 + i)(5 - 8i)(1 - i); \quad z_4 = (-4 + 3i)^3$$

$$z_5 = (2 + i)^2(7 - 5i).$$

13

Écrire sous forme algébrique l'inverse de chacun des nombres complexes suivants :

$$z_1 = 1 + i; \quad z_2 = \sqrt{3} - 2i;$$

$$z_3 = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}; \quad z_4 = -2 - 7i.$$

14

Écrire sous forme algébrique.

On donne  $z_1 = 2 + 3i$  et  $z_2 = 5 - i$ .

a)  $z_1 \cdot z_2^2$ ;   b)  $\frac{z_1}{z_2}$ ;   c)  $\frac{z_2}{z_1}$ ;   d)  $\frac{z_1 - 1}{z_2 - 4i}$ .

15

Écrire sous forme algébrique chacun des nombres complexes suivants :

$$z_1 = \frac{8i - 1}{2 - 3i}; \quad z_2 = 2i + \frac{5}{i};$$

$$z_3 = \left(\frac{1 + i}{2 - i}\right)^2; \quad z_4 = \frac{4 - i}{2 + i} + \frac{i}{3 + i}.$$