CONTROLE DE 15 MN spécimen

Exercice 1

1°) Montrer que la fonction f définie sur R par $f(x) = x^4 - 10x^2 + 9$ est continue sur R.

2°)

Soit g la fonction définie sur R par $g(x) = \begin{cases} \dfrac{x^4 - 10x^2 + 9}{x - 3} & \text{si } x \neq 3 \\ g(3) = 48 \end{cases}$

Justifier la continuité de g sur R.

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur I= [1 ;2] par $f(x) = x + \dfrac{1}{x} - 2{,}25$

1°) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution x_0 sur I.

2°) Donner une valeur approchée par défaut à 10^{-2} près de x_0.

CORRIGE

Exercice 1

1°) f est une fonction polynôme donc continue sur R.

2°) g est continue sur R\{3} d'après le 1°) .Or

si $x \neq 3$ $\quad g(x) = \dfrac{(x^2 - 1)(x^2 - 9)}{x - 3} = (x^2 - 1)(x + 3)$

donc $\lim\limits_{x \to 3} g(x) = 48 = g(3)$ et g continue en 3 et ainsi sur R.

Exercice 2

1°) $f'(x) = 1 - 1/x^2 = (x^2 - 1) / x^2 = (x - 1)(x + 1) / x^2$

x	1		2
$f'(x)$	0	+	
$f(x)$	-0,25	$\nearrow$	0,25

f étant continue et strictement croissante sur l'intervalle [1 ;2] à valeurs dans l'intervalle [-0,25 ;0,25] qui contient 0 alors l'équation f(x)=0 admet une unique solution x_0 dans [1 ;2] d'après le théorème de la bijection.

2°) comme $f(1{,}64) \approx -0{,}0004$ et $f(1{,}65) \approx 0{,}006$ alors $1{,}64 < x_0 < 1{,}65$

Soit $x_0 \approx 1{,}64$.