

CONTROLE DE 15 MN 01/10/09

Exercice 1

1°) Montrer que la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3x^2 - 7x + 2$ est continue sur \mathbb{R} .
2°)

$$\text{Soit } g \text{ la fonction définie sur } \mathbb{R} \text{ par } g(x) = \begin{cases} \frac{3x^2 - 7x + 2}{x - 2} & \text{si } x \neq 2 \\ g(2) = 2 \end{cases}$$

La fonction g est-elle continue sur \mathbb{R} ?

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $I = [0 ; 1]$ par $f(x) = x^3 - x^2 - x + 0,5$

1°) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution x_0 sur I .

2°) Donner une valeur approchée par défaut à 10^{-2} près de x_0 .

CORRIGE

Exercice 1

1°) f est une fonction polynôme donc continue sur \mathbb{R} .

2°) g est continue sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ d'après le 1°. Or

$$\text{si } x \neq 2 \quad g(x) = \frac{(3x-1)(x-2)}{x-2} = 3x-1$$

donc $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 5$ soit $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) \neq g(2)$ et g n'est pas continue en 2 et ainsi sur \mathbb{R} .

Exercice 2

1°) $f'(x) = 3x^2 - 2x - 1 = (3x+1)(x-1)$

x	0	1
$f'(x)$		-
$f(x)$	0,5	-0,5

f étant continue et strictement décroissante sur l'intervalle $[0 ; 1]$ à valeurs dans l'intervalle $[-0,5 ; 0,5]$ qui contient 0 alors l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution x_0 dans $[0 ; 1]$ d'après le théorème de la bijection.

2°) comme $f(0,4) \approx 0,004$ et $f(0,41) \approx -0,009$ alors $0,4 < x_0 < 0,41$

Soit $x_0 \approx 0,4$.