QCM SUR LES LIMITES TS le 24/09/10 15 MN CORRIGE

Dans les questions suivantes ***entourer la solution exacte*** *parmi celles proposées.*

1 - $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{5n^2 + n^4 - 2n}{5n + n^4 - 2n^3}$

$-\infty$	$+\infty$	1	0

2 - $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{5^{2n} - 8^{n+1}}{25^{n-1} + 8^{n-2}}$

0	4	25	0.04

3 – $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{\sin(\sqrt{n} + \pi)}{n}$

$+\infty$	0	N'a pas de limite	1

4 - $f(x) = 2x + 1 + \dfrac{(x-1)^2}{(x-1)\,(x-2)^2}$

a) $\lim\limits_{x \to 1} f(x) =$

?	$+\infty$	3	6

b) $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$

0	6	$+\infty$	?

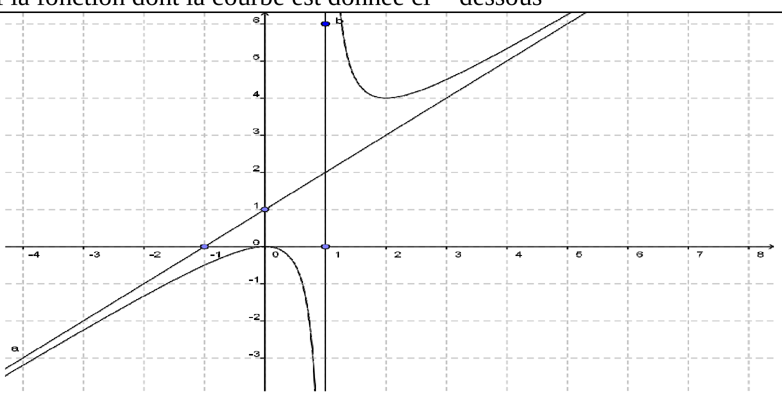
c) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

?	$-\infty$	$+\infty$	6

d) La courbe de la fonction f

Admet une asymptote horizontale	Admet une asymptote oblique d'équation $y = x$	Admet une asymptote oblique D'équation $y = 2x + 1$	N'admet pas d'asymptote

5 - Soit f la fonction dont la courbe est donnée ci - dessous



La courbe de f admet la droite D D'équation $y = x + 1$ comme asymptote oblique et la droite D' d'équation $x = 1$ comme asymptote verticale.

D'après le graphique on a :

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$	$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$	$\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ x > 1}} f(x) = -\infty$	$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = x + 1$

QCM sur les limites

Explications des réponses.

1. $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{5n^2+n^4-2n}{5n+n^4-2n^3} = \lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{n^4}{n^4} = 1.$

2. $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{5^{2n}-8^{n+1}}{25^{n-1}+8^{n-2}} = \lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{25^n - 8^n\cdot 8}{\dfrac{25^n}{25}+\dfrac{8^n}{8^2}} = \lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1-\left(\frac{8}{25}\right)^n\cdot 8}{\frac{1}{25}+\left(\frac{8}{25}\right)^n\cdot\frac{1}{8^2}}$

Or $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{8}{25}\right)^n = 0$ donc $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{5^{2n}-8^{n+1}}{25^{n-1}+8^{n-2}} = 25$

3. pour tout $n\in\mathbb{N}^*$; $-\dfrac{1}{n} \leq \dfrac{\sin(\sqrt{n}+\pi)}{n} \leq \dfrac{1}{n}$ et le th des gendarmes

entraînent $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{\sin(\sqrt{n}+\pi)}{n} = 0$

4. a) $f(x) = 2x+1+\dfrac{x-1}{(x-2)^2}$ $x \neq 1$ donc $\lim\limits_{x\to1} f(x) = 3$

b) $\lim\limits_{x\to2} f(x) = +\infty$ car $\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to2} x-1 = 1\\ \lim\limits_{x\to2}(x-2)^2 = 0^+\end{array}\right\}$ d'où $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x-1}{(x-2)^2} = +\infty$

et $\lim\limits_{x\to2} 2x+1 = 5.$

c) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ car $\lim\limits_{x\to+\infty} 2x+1 = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-1}{(x-2)^2} = \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{x^2} = \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x}$

soit $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-1}{(x-2)^2} = 0$

d) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(2x+1)\right] = \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-1}{(x-2)^2} = 0$.