NOM : **CONTROLE DE MATHS.T S .DUREE : 15 mn**

Exercice 1

Calculer la limite suivante $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x^2 - 2} - x$.

Exercice 2

On considère la fonction f définie sur R\{ 2} par : $f(x) = \dfrac{2x^2 + 4x + 5}{x - 2}$.

1°) Déterminer les trois réels a, b et c tels que $f(x) = a\,x + b + \dfrac{c}{x - 2}$.

2°) a) Déterminer les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$. b) Déterminer les limites de f en 2 .

3°) Montrer que C admet deux asymptotes dont une asymptote oblique appelée (D) .
On donnera une équation de chacune de ces asymptotes.

Exercice 1

La limite est en $+\infty$ donc $x > 0$, ce qui veut dire que $\sqrt{x^2} = x$.

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x^2 - 2} - x = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 - 2 - x^2}{\sqrt{x^2 - 2} + x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{-2}{x(\sqrt{1 - 2/x^2} + 1)}$$

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x^2 - 2} - x = 0$$

car $\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{1 - 2/x^2} = 1$ d'après le théorème de composition des limites

Exercice 2

1°) $f(x) = \dfrac{a\,x^2 + (b - 2a)\,x + c - 2b}{x - 2}$ donc par identification $\begin{cases} a = 2 \\ b - 2a = 4 \\ c - 2b = 5 \end{cases}$

Ce qui donne $f(x) = 2x + 8 + \dfrac{21}{x - 2}$

2°) a) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ car $\lim\limits_{x \to +\infty} 2x + 8 = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{21}{x - 2} = 0$. de même on montre que

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$.

b) $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x > 2}} f(x) = +\infty$ car $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x > 2}} 2x + 8 = 12$ et $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x > 2}} \dfrac{21}{x - 2} = +\infty$. de même on montre que

$\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x < 2}} f(x) = -\infty$

3°) correction non détaillée : Asymptote oblique : $y = 2x + 8$ Asymptote verticale : $x = 2$