NOM : **CONTROLE DE MATHS.T S .DUREE : 15 mn**

Exercice 1

Calculer la limite suivante $\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{x^2 + 6x + 7} + x + 2$

Exercice 2

On considère la fonction f définie sur R\{ 3} par : $f(x) = \dfrac{x^2 - 5}{x - 3}$.

1°) Déterminer les trois réels a, b et c tels que $f(x) = a\,x + b + \dfrac{c}{x - 3}$.

2°) a) Déterminer les limites de f en +∞ et -∞ .
b) Déterminer les limites de f en 3 .

3°) Montrer que C admet deux asymptotes dont une asymptote oblique appelée (D). On donnera une équation de chacune de ces asymptotes.

Exercice 1

Ici on fait très attention car la limite est en -∞ donc $x < 0$, ce qui veut dire que $\sqrt{x^2} = -x$.

$$\lim_{x \to -\infty} \sqrt{x^2 + 6x + 7} + x + 2 = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^2 + 6x + 7 - (x+2)^2}{\sqrt{x^2 + 6x + 7} - x - 2} = \lim_{x \to -\infty} \frac{2x + 3}{-x\sqrt{1 + 6/x + 7/x^2} - x(1 + 2/x)}$$

$$\lim_{x \to -\infty} \sqrt{x^2 + 6x + 7} + x + 2 = \lim_{x \to -\infty} \frac{x\,(2 + 3/x)}{-x(\sqrt{1 + 6/x + 7/x^2} + 1 + 2/x)} \text{ donc}$$

$$\lim_{x \to -\infty} \sqrt{x^2 + 6x + 7} + x + 2 = \lim_{x \to -\infty} \frac{2 + 3/x}{-(\sqrt{1 + 6/x + 7/x^2} + 1 + 2/x)} = -1 .$$

car $\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{1 + 6/x + 7/x^2} = 1$ d'après le théorème de composition des limites

Exercice 2 (correction non détaillée)

1°) Déterminer les trois réels a, b et c tels que $f(x) = x + 3 + \dfrac{4}{x - 3}$

2°) a) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ b) $\lim\limits_{\substack{x \to 3 \\ x > 3}} f(x) = +\infty$ $\lim\limits_{\substack{x \to 3 \\ x < 3}} f(x) = -\infty$

3°) Asymptote oblique : $y = x + 3$ Asymptote verticale : $x = 3$