FONCTIONS

I-GENERALITES

1°) Notion de fonction

Sur les calculatrices les touches $\boxed{x^2}$, $\boxed{\sqrt{\ }}$, $\boxed{1/x}$, $\boxed{\cos x}$, $\boxed{\ln x}$ sont des touches de ....

Si ,par exemple, on veut la valeur approchée de 1/3 on tape successivement les touches $\boxed{3}$ $\boxed{1/x}$,

on obtient alors à l'écran le résultat $\boxed{}$

Ce résultat est .... par la fonction ....

Par contre si on tape $\boxed{0}$ puis $\boxed{1/x}$ on obtient ....

....

....

....

....

....

Remarque :l'ensemble de définition d'une fonction f est souvent noté D_f .

Exemple :
Soit f la fonction définie sur [-2 ;2] par f(x)= 2x + 3.
a)Déterminer la valeur de f(-1),de f(0) et de f(1) sans l'aide de la calculatrice.
b)Vérifier votre résultat à l'aide de la calculatrice.
c) Donner l'image de 0 par f puis celle de 2 par f.

Corrigé
a) f(-1)=2×(-1)+3=-2+3=1 ; f(0)=2×0+3=3 ;f(1)=2×1+3=2+3=5.
b) Calculatrices :

Exercices d'application

1- Soit f la fonction définie sur [1 ;14] par f(x)= $\frac{1}{x}$ + 3.
a)Déterminer les valeurs exactes de f(1),de f(2) et de f(10) sans l'aide de la calculatrice.
b)Vérifier votre résultat à l'aide de la calculatrice.
c) Déterminer quand cela est possible l'image de 0 par f puis celle de 4 par f.

....

....

....

....

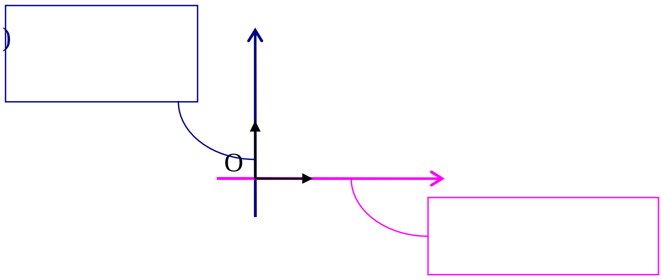
....

2- Soit g la fonction définie sur [-2 ;14] par $g(x)=\dfrac{1}{x+3}$

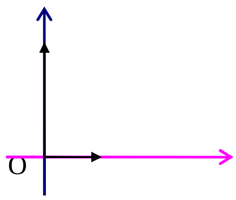
a)Déterminer les valeurs exactes de f(-1),de f(0) et de f(9) sans l'aide de la calculatrice.
b)Vérifier votre résultat à l'aide de la calculatrice(On fera attention en rentrant la formule de la fonction dans la calculatrice)
c) Déterminer quand cela est possible l'image de -3 par f puis celle de 5 par f.

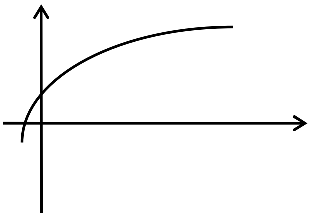
<u>2°) Représentation graphique.</u>
On munit le plan d'un repère (O, i , j)

<u>Exemples :</u>
orthonormal :OI=OJ et (OI)⊥(OJ)



orthogonal : (OI)⊥(OJ)



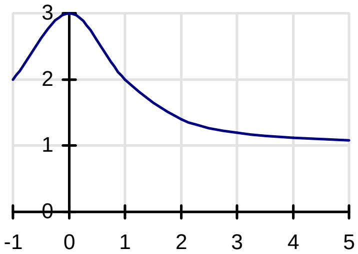


<u>Exemple</u> : **<u>Construction d'une courbe point par point</u>**.

Tracer la courbe représentative de la fonction f définie sur [-1 ;5] par $f(x)=\dfrac{x^2+3}{x^2+1}$

Etape 1 : On rentre la formule de la fonction dans la calculatrice puis on calcule les images que l'on note dans un tableau de valeurs en donnant quand il le faut des valeurs approchées à 10^{-2} près :

x	-1	0	1	2	3	4	5
f(x)							



Etape 2 : On place les points correspondants de coordonnées (x ; f(x)) ,par exemple (1 ; 2) et on trace la courbe en reliant ces points à « main levée » en lissant bien le dessin.

Remarque : C'est uniquement dans le cas où la courbe est une droite ,c'est-à-dire celui de la représentation graphique d'une fonction affine , que l'on utilise une règle !

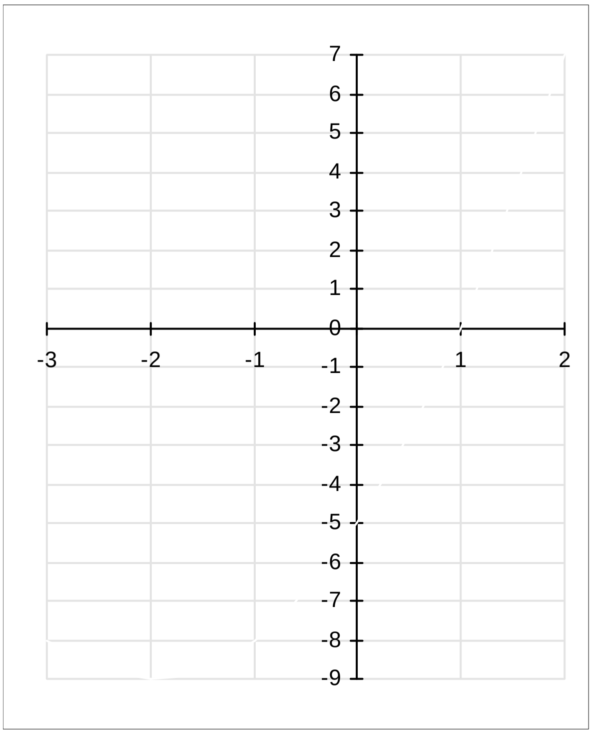
Exercices d'applications

1-Soit g la fonction définie sur [-3 ;2] par
$g(x)= x^2 + 4x - 5$.

Compléter le tableau de valeurs ci-dessous

x	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$						

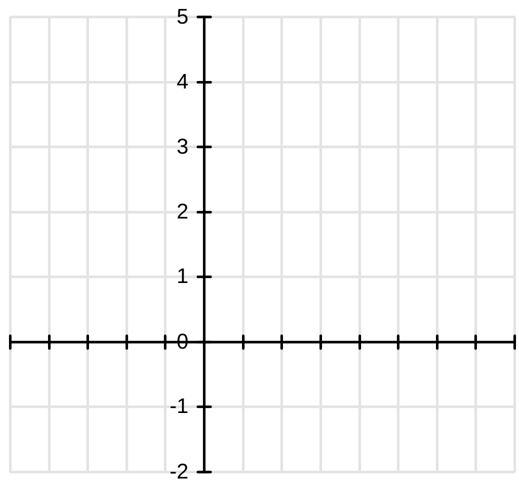
puis tracer la courbe C_g dans le repère ci-contre.



2- Soit h la fonction définie sur [-2,5 ; 4] par

$$h(x)= x + \frac{1}{x + 3}$$

Tracer la courbe C_h dans le repère ci-contre après avoir donner le tableau de valeurs.

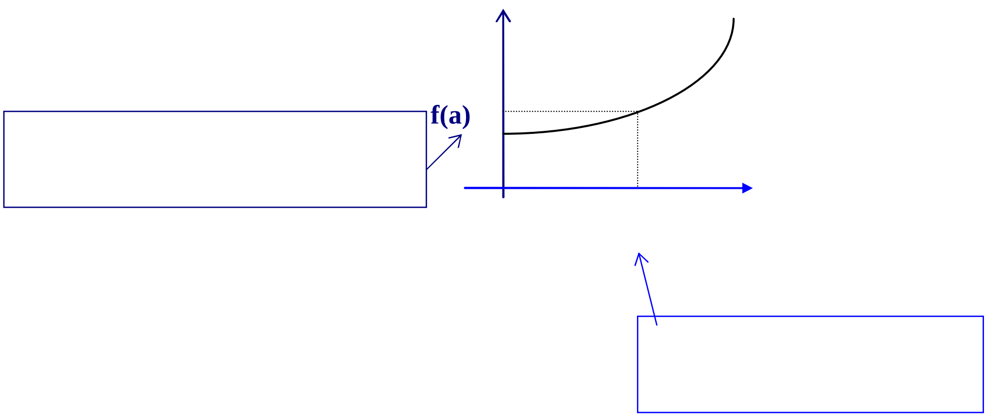


3°) Lectures graphiques

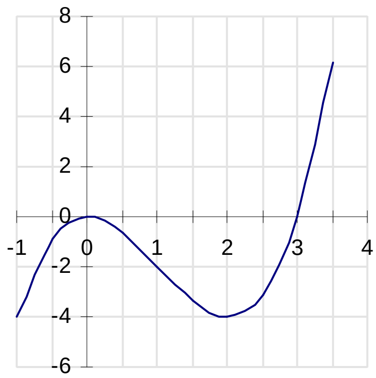
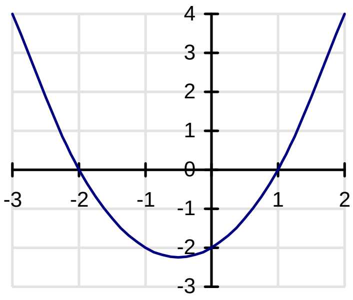
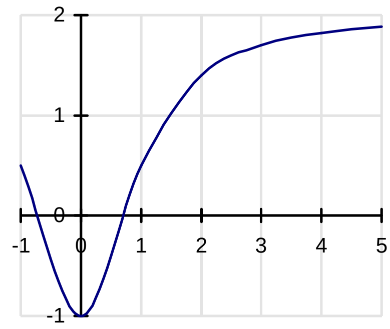
a. Image, antécédents

IMAGE

Soit a un élément de D_f

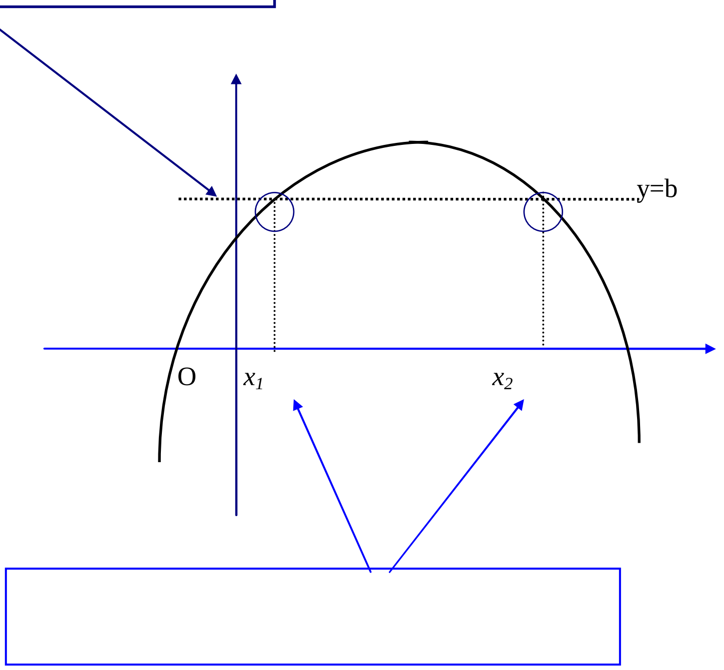


Exercices

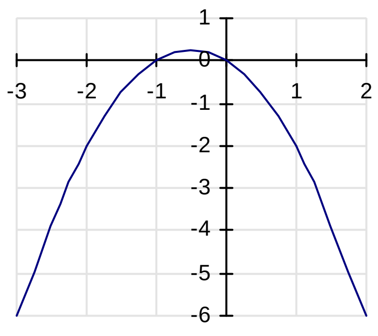
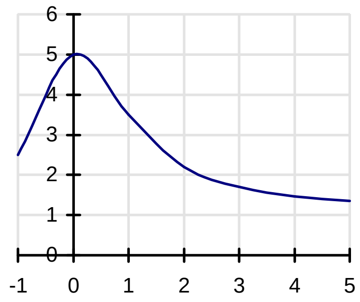
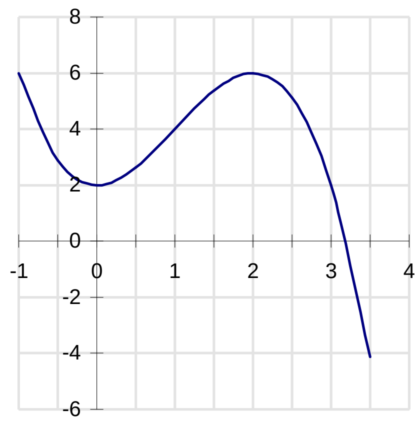
1- Lire l'image de 1 par f : Lire : f(-1) = ;f(0)= f(3)= ;f(5)=	2- Lire l'image de -2 par f : Lire : f(-3) = ;f(0)= f(1)= ;f(-4)=	3- Lire l'image de 0 par f : Lire : f(-1) = ;f(1)= f(2)= ;f(5)=
		

ANTECEDENT
Pour lire un antécédent b sur un graphique :

On trace la droite horizontale d'équation y =b



Exercice
Lire dans chaque cas le ou les antécédents lorsqu'ils existent des nombres donnés :

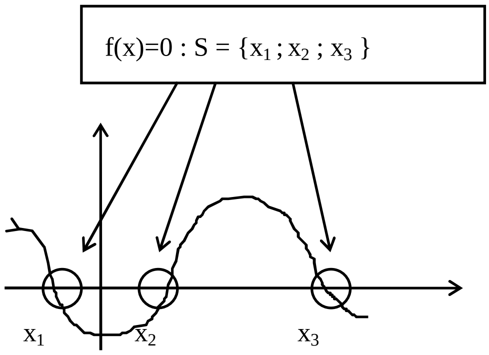
1- De - 2 par f : De 0 par f : De 1 par f :	2- De 5 par f : De 1 par f : De 0 par f : De 4 par f :	3- De 6 par f : De 4 par f : De 0 par f : De - 4 par f :
		

Remarque : Un nombre peut avoir un ou plusieurs antécédents ou encore pas du tout.

B. Résolution graphique d'équations du type f(x) = 0 ou f(x) = m .

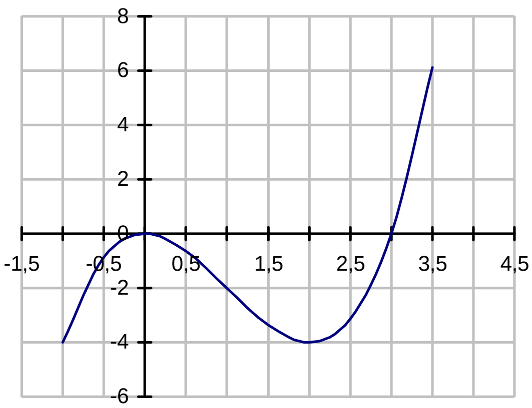
1°)Pour résoudre graphiquement l'équation f(x) = 0

- On repère, s'il y en a, les points d'intersection de la courbe et de l'axe des abscisses
- On lit les abscisses de ces points qui sont les solutions de l'équation donnée.

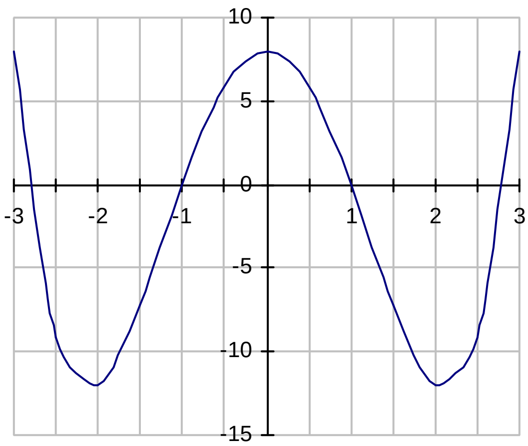


Exemple : Résoudre graphiquement l'équation f(x)=0

a)



b)

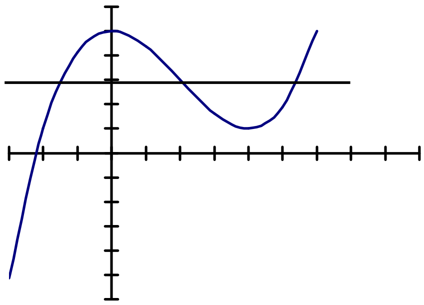


2°)Pour résoudre graphiquement l'équation f(*x*) = m.

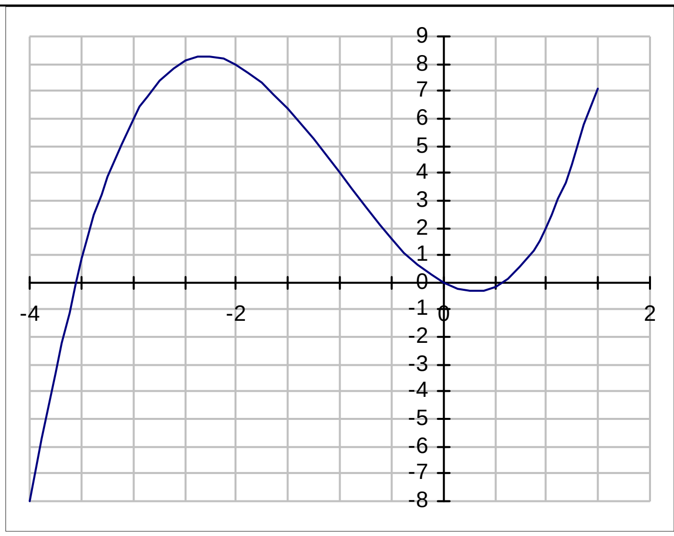
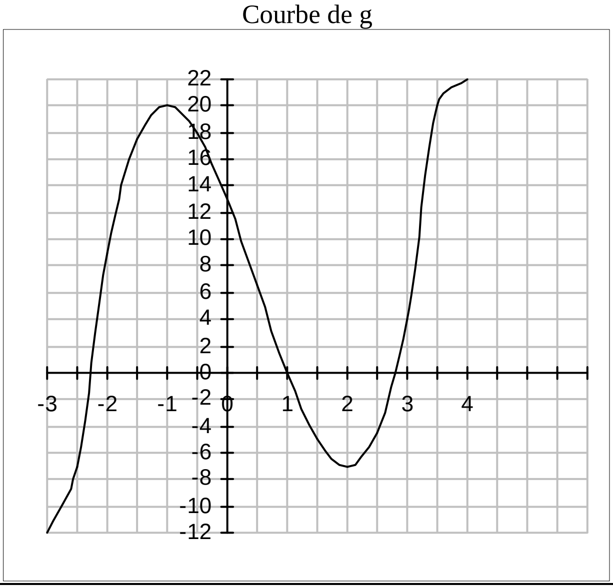
C est la courbe de f.

- On repère le nombre m sur l'a*x*e des ordonnées (Oy).
- On trace la droite D horizontale d'équation y = m.
- On repère les points éventuels d'intersection de C et D

On lit les abscisses de ces points sur l'a*x*e (O*x*) qui sont les solutions de l'équation donnée



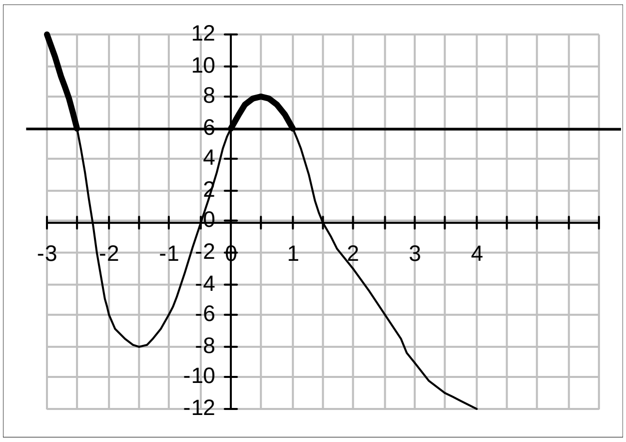
E*x*emples :

1)Résoudre graphiquement les équations suivantes : a) f(*x*)= 0 b) f(*x*)= -4 c) f(*x*)= 6	 Courbe de f
2) Le réel m varie dans R. Selon la valeur de m déterminer le nombre de solutions de l'équation f(*x*)=m avec *x* dans D_g= R*.	Courbe de g 

<u>C - Résolution d’inéquations du type f(*x*)>m ou f(*x*)≤m</u>

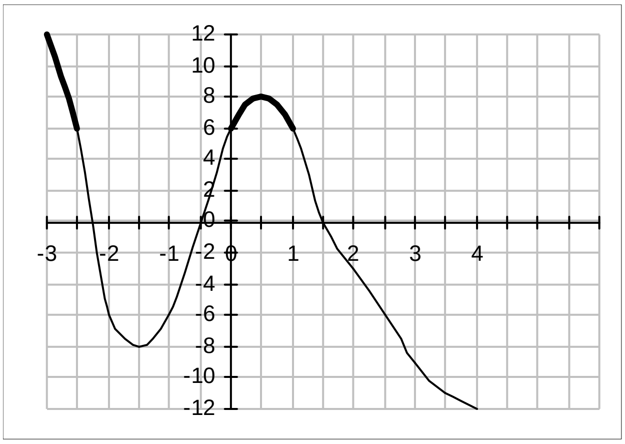
Pour résoudre l’inéquation f(*x*) >m :

- On repère le nombre m sur l’axe des ordonnées (Oy).
- On trace la droite D horizontale d’équation y = m.
- On repère la ou les partie(s) de la courbe C située(s) au-dessus de D
- On lit les abscisses de ces points sur l’axe (O*x*) qui sont les solutions de l’inéquation que l’on écrit à l’aide d’intervalles.



<u>Remarques :</u>

1)Pour résoudre l’inéquation f(*x*) ≥m,
on repère la ou les partie(s) de la courbe C située(s) au-dessus de D ou sur D.



2) Pour résoudre l’inéquation f(*x*) <m, on repère la ou les partie(s) de la courbe C située(s) en -dessous de D .
3)Pour résoudre l’inéquation f(*x*) ≤m, on repère la ou les partie(s) de la courbe C située(s) en -dessous de D ou sur D.

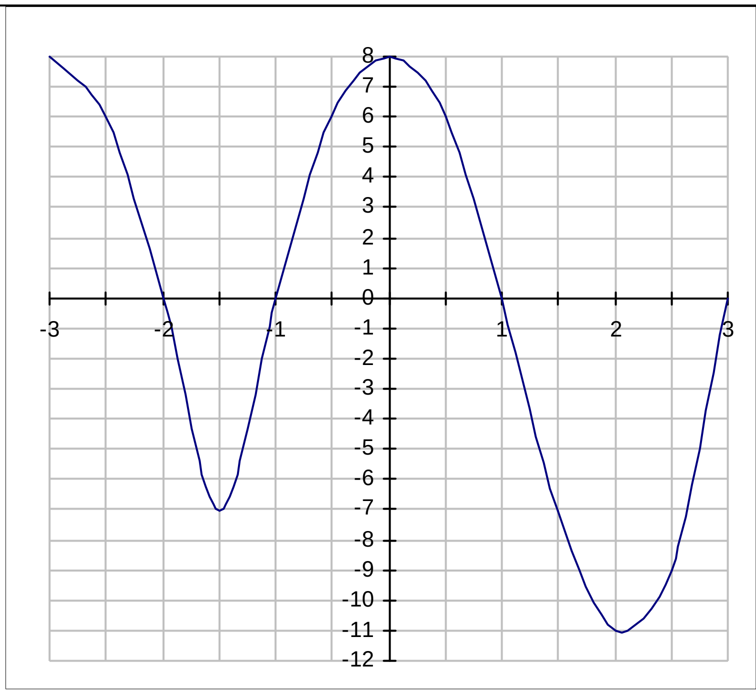
<u>Exemple :</u>

<table>
<tr>
<td>Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :

a) f(x) ≥ 6

b) f(x) <3

c) f(x) ≤0

d) f(x) > 0</td>
<td>

Courbe de f</td>
</tr>
</table>

D- Complément : position relative de deux courbes

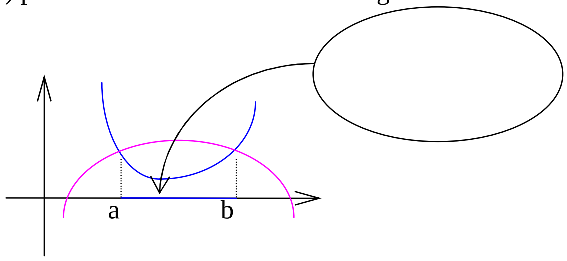
Définition

Soit f et g deux fonctions définies sur une partie A de R.Si $f(x)<g(x)$ pour tout x de A alors on écrit $f<g$ sur A.

Interprétation graphique

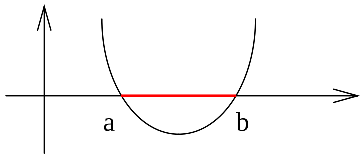
.

.

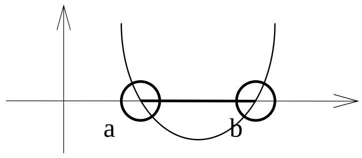


Remarques :

1)



2)



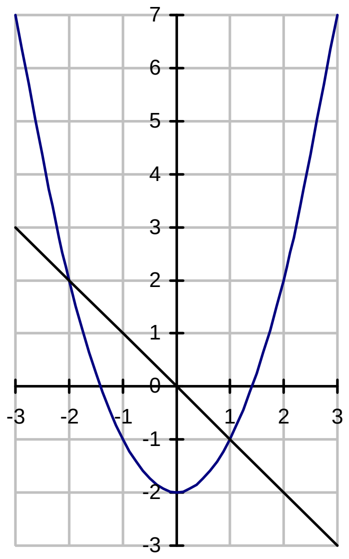
3)De même si f>0 sur A alors C_f est au-dessus de l'axe des abscisses et si f≥0 sur A alors C_f est au -dessus de l'axe des abscisses ou sur l'axe des abscisses

4) Pour étudier **la position relative de deux courbes C_f et C_g** (c'est-à-dire savoir sur quelle partie de R Cf est au-dessus de Cg ou le contraire) on étudie :

Exemple : Soit f la fonction définie sur [-3 ;3] par f(x)= x^2 - 2 et g la fonction définie sur [-3 ;3] par g(x)= - x .
On appelle respectivement C_f et C_g les courbes de f et de g sur [-3 ;3].

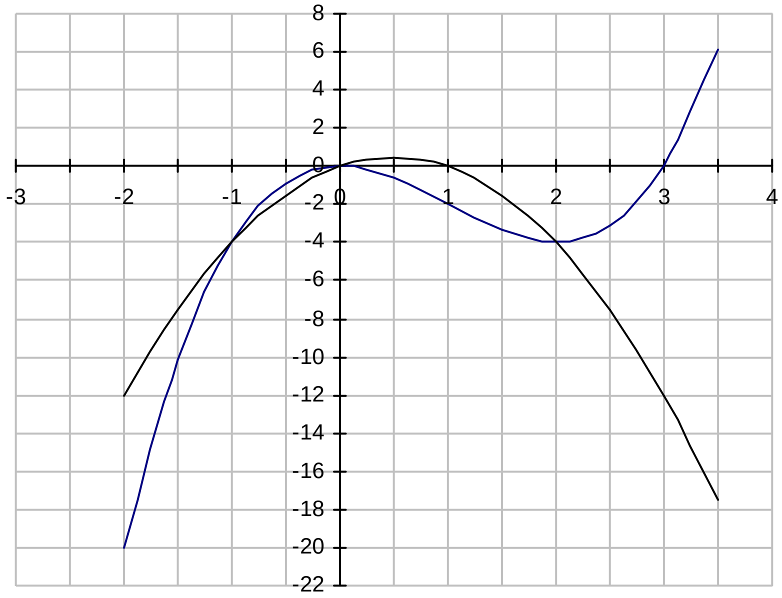
Pour étudier la position relative de C_f et C_g on étudie le signe de h(x)= f(x)-g(x)= x^2 +x - 2 .
C'est un trinôme du second degré . Δ = 9 x_1= 1 et x_2 = -2 .D'après la règle sur le signe du trinôme (cf chapitre 1) on a donc le tableau suivant :

x	-3		-2		1		2
h(x)		+	0	-	0	+	
Position relative		C_f au-dessus de C_g	$C_f \cap C_g$	C_f au-dessus de C_g	$C_f \cap C_g$	C_f au-dessus de C_g	



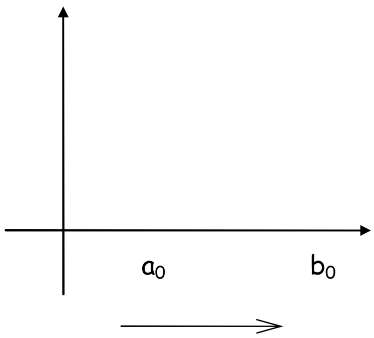
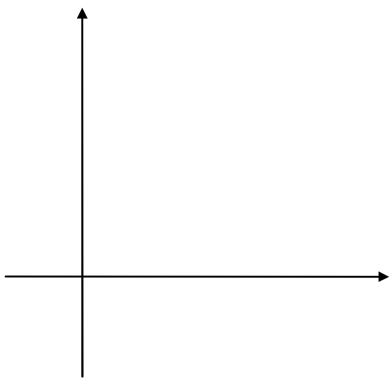
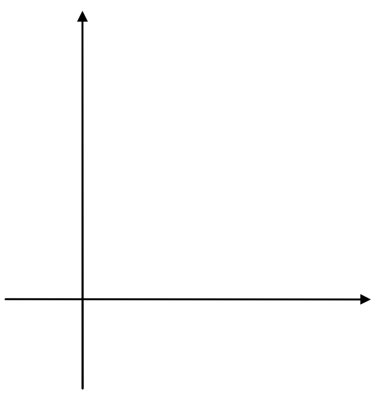
Exercices :
Soit f la fonction définie par f(x)= x^3 - 3x^2
et g la fonction définie par
g(x)= -x^2 + x .

On appelle respectivement C_f et C_g les courbes de f et de g sur [-2 ;3,5].
Etudier graphiquement la position relative de C_f et C_g puis retrouver ces résultats par le calcul.



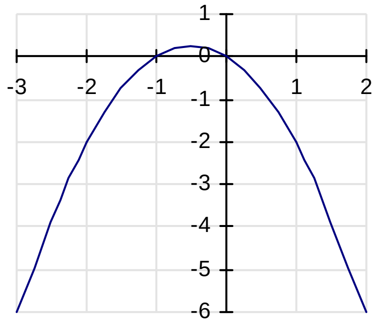
II) Variation de fonctions

Soit f une fonction définie sur un intervalle I=[a_0 ;b_0]

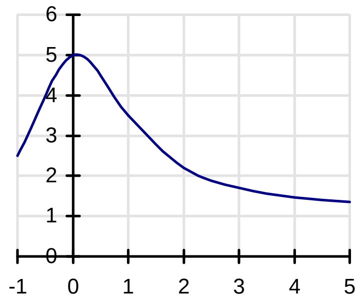
VARIATIONS	COURBE	TABLEAU
…………………………… …………………………… …………………………… …………………………… ……………………………	 sens de lecture d'une courbe	x | a_0 b_0 $f(x)$ |
…………………………… …………………………… …………………………… …………………………… …………………………… ……………………………		x |
…………………………… …………………………… …………………………… …………………………… …………………………… ……………………………		x |

Exercices

Donner le tableau de variation de f sur son ensemble de définition.

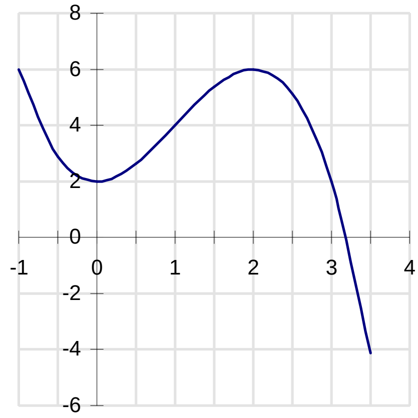


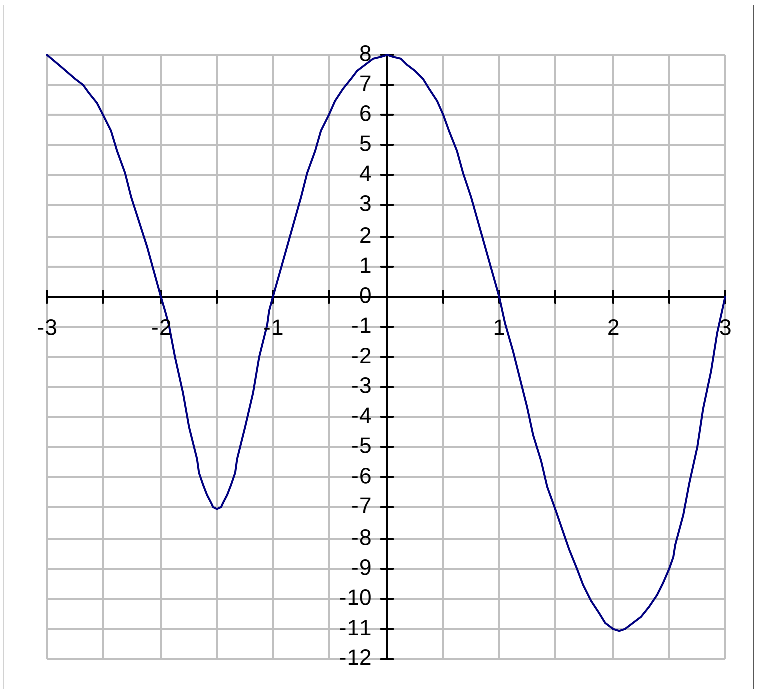
a



b

c





d)