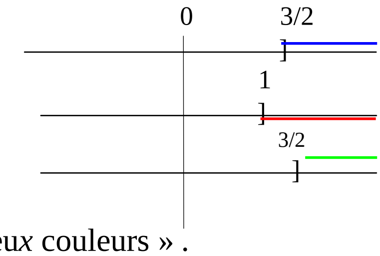
CORRECTION DES EXERCICES 8 A 13 SUR LA FONCTION LN
RESOLUTION D'EQUATIONS, D'INEQUATIONS

Exercice 8

Dans cette équation il y a l'inconnue x des deux côtés donc la plus grande difficulté ici sera de déterminer l'ensemble E sur lequel l'équation a un sens :



$\ln(2x - 3)$ est défini si $2x - 3 > 0$ c'est - à - dire si $x > 3/2$ soit $x \in]\, 3/2 \,;\, +\infty\, [$

$\ln(x - 1)$ est défini si $x - 1 > 0$ c'est - à - dire si $x > 1$ soit $x \in]\, 1 \,;\, +\infty\, [$

L'ensemble E sera l'intersection de ces deux intervalles soit $E =]\, 3/2;\, +\infty\, [$

« L'intersection c'est l'endroit où on peut avoir en même temps les deux couleurs » .

Résoudre l'équation $\ln(2x\text{-}3) = \ln(x - 1)$ équivaut à résoudre le système $\begin{cases} x \in E \\ \ln(2x-3) = \ln(x-1) \end{cases}$

ce qui donne $\begin{cases} x \in E \\ 2x-3 = x-1 \end{cases}$ $\begin{cases} \text{soit } x \in E \\ x = 2 \end{cases}$

Or attention $2 \in]\, 3/2 \,;\, +\infty\, [$ donc $S = \{3/2\}$.

Remarque : il faut toujours vérifier l'appartenance à l'ensemble de définition E des valeurs trouvées.

Exercice 9

a) $\ln(x - 2)$ est défini si $x - 2 > 0$ c'est - à - dire si $x > 2$ soit $x \in]\, 2 \,;\, +\infty\, [$

Résoudre l'équation $\ln(x - 2) = 3$ équivaut donc à résoudre le système

ce qui donne $\begin{cases} x \in]\, 2 \,;\, +\infty\, [\\ \ln(x - 2) = \ln e^3 \end{cases}$ soit $\begin{cases} x \in]\, 2 \,;\, +\infty\, [\\ x = 2 + e^3 \end{cases}$

$S = \{2 + e^3\}$.

b)

$\ln(-x + 4)$ est défini si $-x + 4 > 0$ c'est - à - dire si $x < 4$ soit $x \in]-\infty \,;\, 4\, [$

$\ln(x + 5)$ est défini si $x + 5 > 0$ c'est - à - dire si $x > -5$ soit $x \in]\, -5 \,;\, +\infty\, [$

et $E =]-5 \,;\, 4[$

Résoudre l'équation donnée équivaut donc à résoudre le système

ce qui donne $\begin{cases} x \in E \\ \ln(-x + 4) = \ln(x + 5) \end{cases}$ soit $\begin{cases} x \in E \\ -x + 4 = x + 5 \end{cases}$ $\begin{cases} x \in E \\ 2x = -1 \end{cases}$

$S = \{-\tfrac{1}{2}\}$.

c) $\ln(2x - 4)$ est défini si $2x - 4 > 0$ c'est - à - dire si $x > 2$ soit $x \in]2 ; +\infty[$

$\ln(x - 3)$ est défini si $x - 3 > 0$ c'est - à - dire si $x > 3$ soit $x \in]3 ; +\infty[$

et $E =]3 ; +\infty[$

Résoudre l'équation donnée équivaut donc à résoudre le système

ce qui donne $\begin{cases} x \in E \\ \ln(2x-4) = \ln(x-3) \end{cases}$ soit $\begin{cases} x \in E \\ 2x - 4 = x - 3 \end{cases}$ $\begin{cases} x \in E \\ x = 1 \end{cases}$

$1 \notin E$ donc $S = \varnothing$.

Exercice 10

Dans cette équation il ya une nouvelle difficulté à savoir $\ln x + \ln(x - 2)$

On cherche comme toujours l'ensemble de définition , ici $E =]2 ; +\infty[$
Ensuite on utilise la propriété fondamentale de la fonction ln , ln a + ln b = ln (ab)

Résoudre l'équation donnée équivaut donc à résoudre le système

ce qui donne $\begin{cases} x \in E \\ \ln[x(x-2)] = \ln 3 \end{cases}$ soit $\begin{cases} x \in E \\ x^2 - 2x - 3 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x \in E \\ x = -1 \text{ ou } x = 3 \end{cases}$

S ={ 3 }.

Exercice 11

a)

Résoudre l'inéquation donnée équivaut à résoudre $\begin{cases} x \in]0 ; +\infty[\\ x \leq 4 \end{cases}$ soit $\begin{cases} x \in]0 ; +\infty[\\ x \in]-\infty ; 4] \end{cases}$

D'où la solution qui est l'intersection de ces deux intervalles à savoir S =] 0 ; 4]

b)

Résoudre l'inéquation donnée équivaut à résoudre $\begin{cases} x \in]0 ; +\infty[\\ \ln x > \ln 1 \end{cases}$ soit $\begin{cases} x \in]0 ; +\infty[\\ x \in]1 ; +\infty[\end{cases}$

D'où la solution qui est l'intersection de ces deux intervalles à savoir S =] 1 ; + ∞[

c)

Résoudre l'inéquation donnée équivaut à résoudre $\begin{cases} x \in]0 ; +\infty[\\ x < 4 \end{cases}$ soit $\begin{cases} x \in]0 ; +\infty[\\ x \in]-\infty ; 4[\end{cases}$

D'où la solution qui est l'intersection de ces deux intervalles à savoir S =] 0 ; 4[

d)

Résoudre l’inéquation donnée équivaut à résoudre $\begin{cases} x \in \,]\,0\,;+\infty\,[\\ \ln x > -2 \end{cases}$ soit $\begin{cases} x \in \,]\,0\,;+\infty\,[\\ \ln x > \ln e^{-2} \end{cases}$

$\begin{cases} x \in \,]\,0\,;+\infty\,[\\ x > e^{-2} \end{cases}$

D’où la solution qui est l’intersection de ces deux intervalles à savoir S = $]\,1/e^2\,;+\infty[$

<u>Exercice 12</u>

Résoudre l’inéquation donnée équivaut à résoudre $\begin{cases} x \in \,]\,3/2\,;+\infty\,[\\ \ln(2x-3) < \ln 2 \end{cases}$ soit $\begin{cases} x \in \,]\,3/2\,;+\infty\,[\\ 2x-3 < 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x \in \,]\,3/2\,;+\infty\,[\\ x < 5/2 \end{cases}$ S = $]\,3/2\,;5/2\,[$

<u>Exercice 13</u>

a) S = $[3;+\infty[$ b) S = $[\,e;+\infty[$ c) S = $]1/3\,;7/2]$.