EXERCICES SUR LES LOGARITHMES

I Calcul de valeurs exactes .Simplification d'expressions à l'aide des formules.

Exercice1

Ecrire à l'aide de ln2 et (ou) ln3 chacun des nombres suivants :

A=ln 2 + ln 8   B=ln $\sqrt{2}$ - ln $\frac{1}{27}$ C= ln9$\sqrt{3}$ + ln $\frac{1}{27}$

Exercice 2

Exprimer les nombres suivants en fonction de ln2 et ln3

ln 36 ; ln(8/9) ; ln $\sqrt{18}$; ln(0.25) ;ln(144) ; ln(0.75)

Exercice 3

Exprimer les nombres suivants en fonction de ln2 et ln 5 :

ln100, ln$\sqrt{50}$, ln 20 ln(0 .01) ; ln 1.25 .

Exercice 4

Exprimer les nombres suivants en fonction de ln3 et de ln 5 :

ln75 ; ln$\sqrt{15}$, ln(3/25) , ln(3$\sqrt{3}$) .

Exercice 5

Donner la valeur exacte des nombres suivants :

ln(e^3) ,ln$\sqrt{e}$, ln (e$\sqrt{e}$) , ln($\sqrt{e}$ /e) , ln(1/e^2) 0.5ln($\sqrt{e}$)

II) Résolutions d'équations

A-Recherche d'ensembles de définition

Exercice 6

Dans chacun des cas suivant déterminer l'ensemble sur lequel les fonctions sont définies :

a) f(x)=ln(x -3) b) g(x)=ln(- x + 5) c) h(x)= ln(2x - 3) d) j(x)= ln (x^2 + x - 2)

B-Résolution d'équations

Exercice 7

Résoudre dans |R les équations suivantes :

a)ln x = ln 2 b) **ln$x$ - 1 =0** c)ln$x$ = 4 d) ln x^2 = - 2 e) ln (x^2 + x +1) = 0.

Exercice 8

1°)Déterminer l'ensemble E de réels x tels que 1n (2x - 3) **et** ln(x - 1) soient définis.

2°)Résoudre alors l'équation ln(2x - 3) = ln(x - 1)

(on vérifiera en particulier que la solution trouvée est bien dans l'ensemble E trouvé au 1°)

Exercice 9

Résoudre dans R les équations suivantes :

a) ln(x - 2) = 3 b) ln(- x + 4) = ln(x + 5) c) ln(2x - 4) = ln(x - 3)

Exercice 10

Résoudre dans |R ln$x$ + ln(x - 2) = ln 3.

III) Résolution d'inéquations

Exercice 11

Résoudre dans |R les inéquations suivantes :

a)ln x ≤ ln 4 b)**ln$x$ > 0** c) ln$x$ < 4 d) ln x + 2 > 0

Exercice 12

Résoudre dans |R ln(2x - 3) < ln 2

Exercice 13

Résoudre dans |R :

a) ln(x - 2) ≥ 0 , b) ln$x$ - 1 ≥0 c) ln(3x - 1) ≤ ln (x + 6).

IV) DERIVEES

Exercice 14 Calculer la fonction dérivée de f sur l'intervalle I donné.

1°) f(x)=ln(x + 1) I=]-1 ;+∞[2°) f(x)=ln (2x + 1) I=]- ½ ; +∞[3°) f(x)=x^2 + ln$x$ I=]0 ;+∞[4°) f(x)=2x^2ln$x$ I=]0 ;+∞[.
5°) f(x)=ln(x^2 + 1) I = R .

Exercice 15

Soit f la fonction définie sur]0 ;+ ∞[par f(x)= x + ln$x$
1°) Calculer f '(x) et étudier son signe sur Df.
2°)Déterminer la limite de f à droite en 0.
3°)a)Vérifier que f(x)= $x\left(1 + \dfrac{\ln x}{x}\right)$.
b)En déduire la limite de f en +∞.
4°) Donner le tableau de variation de f .

Exercice 16

Soit f la fonction définie sur [1 ; 10] par f(x)= ln (2x - 1).

1°)Calculer f '(x) et étudier son signe sur Df.
2°) Donner le tableau de variation de f .
3°) Résoudre dans Df l'équation f(x)=0.
4°) Construire la courbe de f dans un repère orthonormal (O, i , j) d'unité 1 cm.

Exercice 17

Soit f la fonction définie sur]0 ;+ ∞[par f(x)= $x - \dfrac{\ln x}{x}$
1°) Calculer f '(x) et étudier son signe sur Df.
2°)Déterminer la limite de f à droite en 0.
3°) Déterminer la limite de f en +∞.
4°) Donner le tableau de variation de f .
5°) Montrer que la droite d d'équation y = x est asymptote oblique à la courbe de f et étudier leur position relative.

Exercice 18

Soit f la fonction définie sur]0 ;+ ∞[par f(x)= $x$ln$x$ - x.
1°) a)Calculer f '(x) .
b)Etudier son signe sur Df.
2°)Déterminer la limite de f à droite en 0 et en +∞.
3°) Donner le tableau de variation de f .

Exercice 19

Soit f la fonction définie sur [-10 ;10] par f(x)= ln(x^2 + 1).
1°) a)Calculer f '(x) .
b)Etudier son signe sur Df.
2°) Donner le tableau de variation de f .
3°) Résoudre dans [-10 ;10] l'équation f(x)= 1.(Valeurs exactes).

V) Limites

Exercice 20

A-La fonction g est définie sur I =]0 ; + ∞ [par g(x)= 1 + x^2 - ln$x$.
1°) Calculer la dérivée g' de g sur I.
2°) Donner le tableau de variation de g sur I en justifiant le signe de g'(x).(Les limites aux bornes ne sont pas demandées)
3°) Préciser le minimum de g arrondi au centième. En déduire le signe de g sur I.

B-
Soit f la fonction définie sur I par $f(x) = x + \dfrac{\ln x}{x}$.
Le plan est muni d'un repère orthonormal (O ; i , j) (Unité :1cm).On appelle C_f la courbe de f.
1°) Calculer la limite de f en + ∞ .
2°) Calculer la limite de f à droite en 0 .Que peut - on en déduire pour la courbe C_f ?
3°)a) Calculer la dérivée f' de f et montrer que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$.
b) En déduire le signe de $f'(x)$ sur I ?
c) Donner le tableau de variation de f sur I .
4°)a) Montrer que f admet une asymptote oblique D dont on précisera l'équation.
b) Déterminer la position relative de C_f et D sur I .(On précisera les coordonnées du point A d'intersection de C_f et D)
5°)Construire sur I la courbe C_f , et les asymptotes .