

DEVOIR DE MATHÉMATIQUES TS.A REMETTRE LE 16/09/2010

Exercice 1 (4 points)

Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$.

Exercice 2 (5 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par $f(x) = \frac{x^2 + x - 3}{x - 1}$. C est sa courbe représentative.

1°) Déterminer les réels a , b et c tels que $f(x) = a + b + \frac{c}{x - 1}$.

2°) Étudier les variations de f sur son ensemble de définition et donner son tableau de variation.

3°) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de C avec les axes du repère.

4°) Soit (D) la droite d'équation $y = x + 2$. Étudier la position relative de C et (D) .

Exercice 3 (5 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} dont la courbe est donnée dans un repère orthonormal (*voir annexe*). On précise que les tangentes aux points d'abscisses 0 , -1 et 2 sont horizontales.

La droite (T) est la tangente au point A d'abscisse 3 .

1°) À l'aide du graphique :

a) Déterminer $f(0)$; $f'(-1)$; $f'(0)$; $f'(3)$ et $f'(2)$.

b) Résoudre : $f'(x) < 0$.

2°) Parmi ces trois fonctions laquelle est la fonction f (aucune justification n'est demandée) :

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^3 - x + 1$$

$$f_2(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - x^2$$

$$f_3(x) = \frac{1}{3}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + x^2$$

3°) Déterminer $f'(-2)$ et construire la tangente au point B d'abscisse -2 .

4°) Déterminer les coordonnées du ou des points où la tangente à la courbe est parallèle à la droite d'équation $y = -2x$.

Exercice 4 (4 points)

Dans un jeu télévisé hebdomadaire, en cas de victoire, le concurrent peut soit quitter l'émission en emportant son gain, soit remettre ce gain en jeu. La semaine suivante, la somme remise en jeu est doublée en cas de victoire, et ainsi au fil des semaines. Supposons qu'un candidat gagne chaque semaine et que le gain en première semaine a été de 5000 euros. On note U_n le gain en n ème semaine.

1°) Quelle est la nature de la suite (U_n) ? Calculer U_n en fonction de n .

2°) Calculer le gain après sept victoires.

3°) Combien de semaines de suite le candidat devrait-il gagner pour dépasser la somme de 1 million d'euros ?

Exercice 5 (2 points)

(U_n) est une suite arithmétique. On suppose que $U_3 = 4$ et $U_8 = 19$. Déterminer la raison de (U_n) et son premier terme U_0 . En déduire le calcul de U_{26} .

Annexe

